

Innehåll

Förord	1
Kursprov i matematik, kurs E vt1999	2
Del I: Uppgifter utan miniräknare	3
Del II: Uppgifter med miniräknare	6

Förord

Kom ihåg

- Matematik är att vara tydlig och logisk
- Använd text och inte bara formler
- Rita figur (om det är lämpligt)
- Förklara införda beteckningar

Du ska visa att du kan

- Formulera och utvecklar problem, använda generella metoder/modeller vid problemlösning.
- Analysera och tolka resultat, dra slutsatser samt bedöma rimlighet.
- Genomföra bevis och analysera matematiska resonemang.
- Värdera och jämföra metoder/modeller.
- Redovisa välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.

Uppgifter relevanta för kursen Ma4

Följande uppgifter är lämpliga för övning till kursen Ma4:

Skolverket hänvisar generellt beträffande provmaterial till bestämmelsen om sekretess i 4 kap. 3 § sekretesslagen. För detta material gäller sekretessen till och med utgången av november 1999.

**NATIONELLT PROV I
MATEMATIK
KURS E
VÅREN 1999**

Anvisningar

Provtid	Totalt 240 minuter.
Hjälpmedel	Del I: Formelsamling Del II: Miniräknare (grafritande men ej symbolhanterande) och formelsamling
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Lösningar till Del I skall lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare. Skriv ditt namn, komvux/gymnasieprogram och födelsedatum på de papper du lämnar in.
Provet	Provet består av 15 uppgifter. De flesta uppgifterna är av <i>långsvartstyp</i> där det inte räcker med bara ett kort svar utan där det krävs <ul style="list-style-type: none">• att du skriver ned vad du gör• att du förklarar dina tankegångar• att du ritar figurer vid behov• att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel Till några uppgifter (där det står <i>Endast svar fordras</i>) behöver bara svaret anges. Pröva på alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning.
Betygsgränser	Ansvarig lärare meddelar de gränser som gäller för betygen "Godkänd" och "Väl godkänd". Provet ger maximalt 49 poäng.

DEL I

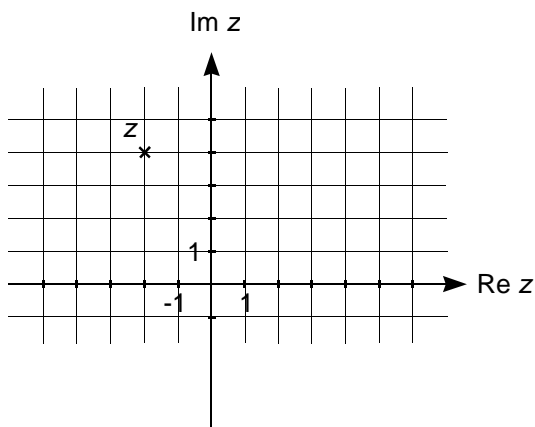
Denna del består av 9 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Skriv det komplexa talet $\frac{7-3i}{2-i}$ på formen $x + yi$ (2p)

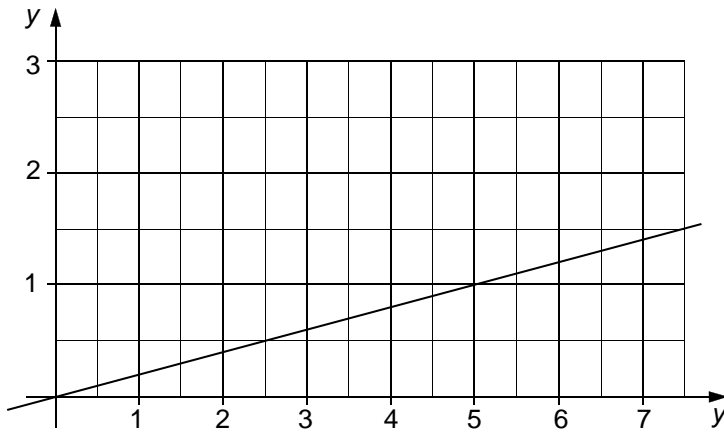
2. Lös ekvationen
 - a) $z^2 - 2z + 5 = 0$ (2p)
 - b) $3(z-3)^2 + 48 = 0$ (2p)

3. a) Bestäm argument och absolutbelopp för det komplexa talet $\sqrt{3} + i$ (2p)
Endast svar fordras
 - b) Bestäm argumentet för $(\sqrt{3} + i)^6$ (1p)
Endast svar fordras

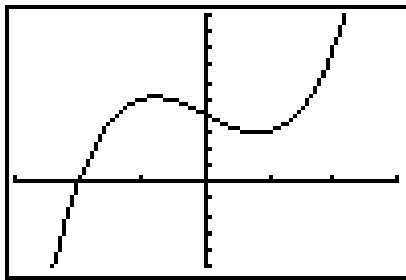
4. Talet z är markerat i det komplexa talplanet. Bestäm $z \cdot \bar{z}$ (2p)



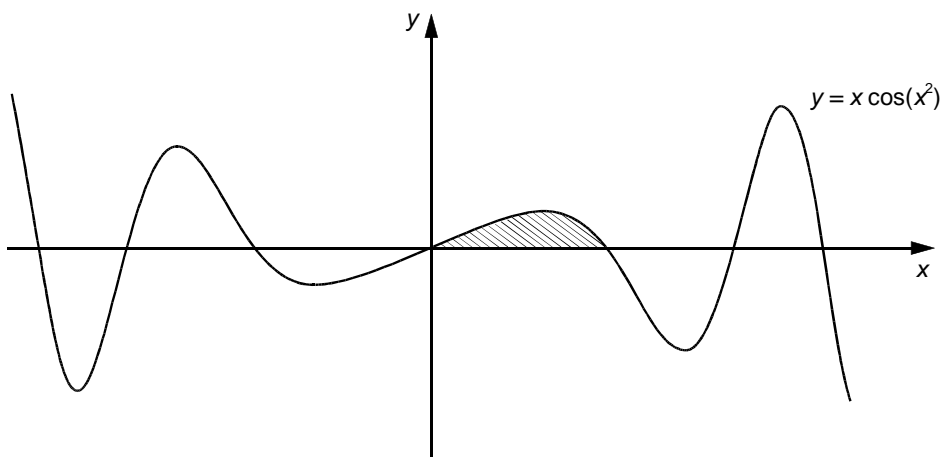
5. Figuren visar sambandet mellan funktionen y och dess derivata y' . Uttryck detta samband med en differentialekvation. Bestäm därefter funktionen $y(x)$ om $y(0) = 2$ (3p)



6. Figuren visar grafen till funktionen $y = x^3 - 2x + 4$. Bestäm alla rötter till ekvationen $x^3 - 2x + 4 = 0$ (3p)

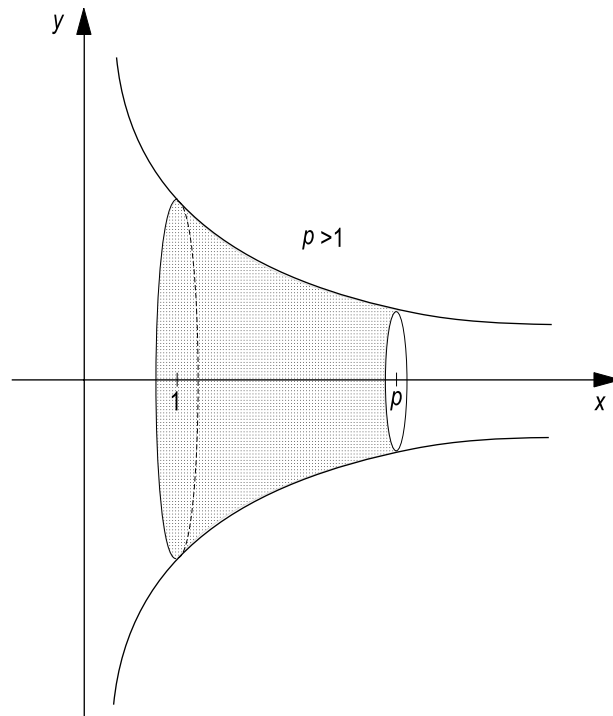


7. a) Låt $f(x) = \sin(x^2)$ och bestäm $f'(x)$ *Endast svar fordras* (1p)
 b) Använd resultatet i a) och beräkna arean av det markerade området. (3p)



8. Kurvan $y = \frac{1}{x}$ roteras kring x -axeln (se figur nedan).

- a) Beräkna den markerade volymen då $p = 2$ (3p)
- b) Undersök om det finns något värde på p som gör att volymen blir dubbelt så stor som i a). (2p)



9. För vilka värden på k är $e^{ki\pi} + 1 = 0$? (2p)

DEL II

Denna del består av 6 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare (grafritande men ej symbolhanterande). Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

10.

Sommaren 1845 drabbades delar av Västeuropa av potatispest. För Irland var situationen allvarlig. Dels var landet överbefolkat – dels var mer än halva befolkningen helt beroende av potatis som livsmedel. Pesten återkom 1846 och 1847 och många irlän-

dare dog av svält och sjukdomar eller emigrerade till USA och Canada.

I efterhand framstår "den stora hungern" 1846 – 1848 som en viktig händelse i irländsk historia: emigrationen tog fart, och befolkningen minskade.

(Källa: Nationalencyklopedin)

Om y är antalet invånare på Irland, t år efter 1850, så gällde följande samband under en viss period:

$$\frac{dy}{dt} = -0,012 \cdot y, \quad y(0) = 6,5 \cdot 10^6$$

Beskriv i ord vad dessa uttryck innebär för folkmängden på Irland.

(2p)

11. Lös differentialekvationen $y'' + 6y' + 8y = 0$ då $y(0) = 1$ och $y'(0) = 0$

(3p)

12. Medeltemperaturen under en tidsperiod från a till b kan beräknas med formeln

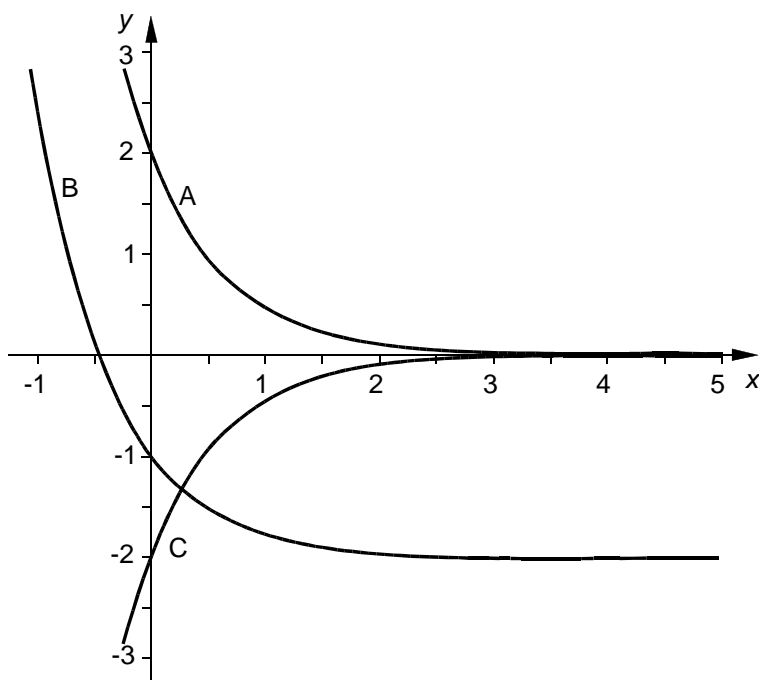
$$\frac{1}{b-a} \int_a^b y \, dx \quad \text{där } y \text{ } ^\circ\text{C} \text{ beskriver temperaturen som funktion av tiden.}$$

På en plats registrerades temperaturen under ett dygn. Man fann att temperaturen kunde beskrivas med funktionen $y = 3 \sin(0,3x - 3) + 7,7$ där x är antalet timmar efter midnatt.

Beräkna dygnets medeltemperatur.

(3p)

13. Uppgiften handlar om lösningar till differentialekvationen $2y' + 3y = 0$
- a) Bestäm y då $y'(0) = -6$ (2p)
- b) Kurva A i figuren är också en lösning till differentialekvationen $2y' + 3y = 0$. Bestäm denna lösning. *Endast svar fordras* (1p)
- c) Kan kurvorna B och C i figuren vara lösningar till differentialekvationen $2y' + 3y = 0$? Motivera ditt svar. (2p)



14. Kalle är inblandad i en arbetsplatsolycka där han råkar inandas skadliga ångor från ett kemiskt preparat.
- Det dröjer ganska länge innan Kalle uppsöker ett sjukhus och inte förrän 20 timmar efter olyckan tas ett blodprov. Analysen visar att blodet innehåller 0,00372 mg/ml av det gift som han inandats.
- Efter ytterligare 8 timmar tas ett nytt blodprov och då har koncentrationen gift i blodet sjunkit till 0,00219 mg/ml.
- Låt oss anta att förändringshastigheten för giftkoncentrationen är proportionell mot koncentrationen och låt y mg/ml vara koncentrationen av gift i blodet t timmar efter det första blodprovet.
- Läkaren vill ge medicinsk behandling om giftkoncentrationen vid något tillfälle varit större än 0,017 mg/ml. Finns det enligt modellen någon risk för att giftkoncentrationen i Kalles blod varit så hög? (4p)
15. Ekvationen $z^2 - 6z + a = 0$ har rötterna $z_1 = 2$ och $z_2 = 4$ då $a = 8$.
Undersök var i det komplexa talplanet ekvationens rötter hamnar för alla möjliga reella värden på a . (4p)