

Innehåll

Förord	1
Kursprov i matematik, kurs E vt1969	2
14 uppgifter med miniräknare	3

Förord

Kom ihåg

- Matematik är att vara tydlig och logisk
- Använd text och inte bara formler
- Rita figur (om det är lämpligt)
- Förklara införda beteckningar

Du ska visa att du kan

- Formulera och utvecklar problem, använda generella metoder/modeller vid problemlösning.
- Analysera och tolka resultat, dra slutsatser samt bedöma rimlighet.
- Genomföra bevis och analysera matematiska resonemang.
- Värdera och jämföra metoder/modeller.
- Redovisa välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.

Uppgifter relevanta för kursen Ma4

Följande uppgifter är lämpliga för övning till kursen Ma4:

1 2 – 4 – 6 7 – 9 – 11 12 – 14

NATIONELLT PROV I MATEMATIK KURS E VÅREN 1996

Anvisningar

Provperiod	9 maj - 15 maj 1996.
Provtid	240 minuter utan rast.
Hjälpmedel	Miniräknare (ej symbolhanterande) och formelsamling.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn, komvux/gymnasieprogram och födelsedatum på de papper du lämnar in.
Provet	Provet består av 14 uppgifter. De flesta uppgifterna är av <i>långsvarstyp</i> (som ger 2 poäng eller <i>mera</i>) Här räcker inte bara ett kort svar utan här krävs • att du skriver ned vad du gör och att du förklarar dina tankegångar, • att du ritar figurer vid behov och • att du skriver ned de beräkningar du gör. Pröva på alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning.
Betygsgränser	Ansvarig lärare meddelar de gränser som gäller för betygen "Godkänd" och "Väl Godkänd". Provet ger maximalt 50 poäng.

1. Skriv i polär form talet $3 + i\sqrt{3}$. (2p)

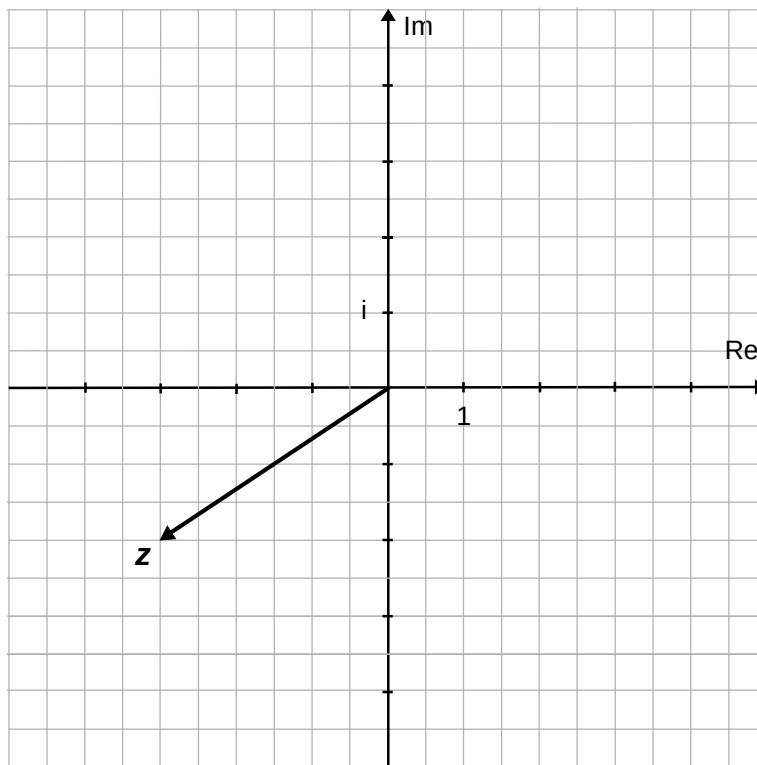
2. Förenkla det komplexa talet z så långt som möjligt. Svara i formen $a + bi$. (2p)

$$z = \frac{4 - 3i}{3 - 4i}$$

3. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen (2p)

$$y'' - 12y' + 32y = 0$$

4. Det komplexa talet z är markerat i nedanstående figur.



- Rita ett komplext talplan och markera talet $1 - z$. (2p)

5. Bestäm den lösning till differentialekvationen (3p)

$$3y' - 2y = 0$$

för vilken gäller att $y'(0) = 5$.

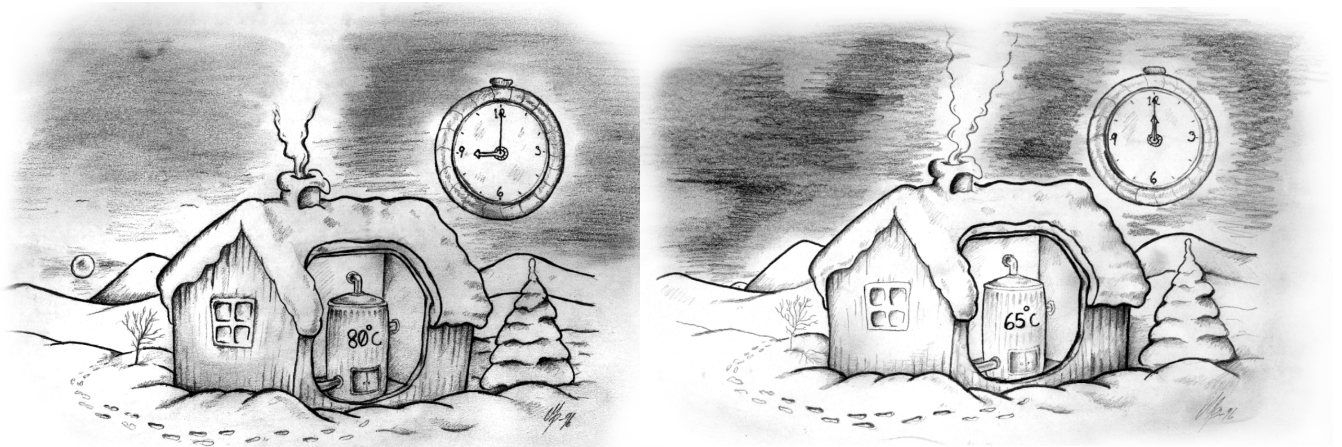
6. Strömstyrkan y milliampere genom en spole beror av tiden x sekunder enligt ekvationen

$$y = 11,2 + 5,28x - 0,044x^2 \quad \text{då} \quad 0 \leq x \leq 60$$

När ökar strömstyrkan med hastigheten 2,5 milliampere per sekund? (3p)

7. Lös ekvationen $z^3 + 6z^2 + 11z = 0$ fullständigt. (3p)

8.



En varmvattenberedare uppvärms vintertid med vedeldning. Varmvattenberedaren står i ett förrådsutrymme där omgivningens temperatur är 0°C . Då man slutat elda är vattnets temperaturförändring per tidsenhet i varje ögonblick proportionell mot dess temperatur $y^\circ\text{C}$. En vinterdag slutar man elda kl 21.00 och då är vattnets temperatur 80°C . Vid midnatt kl 24.00 har vattnets temperatur sjunkit till 65°C .

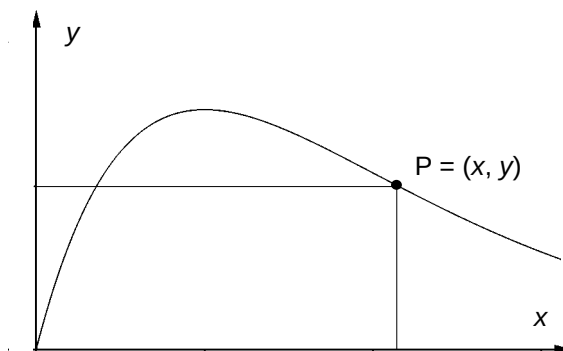
Ställ upp en differentialekvation som beskriver situationen och bestäm när man senast måste stiga upp morgonen därpå, om man vill duscha i 40°C vatten. (4 p)

9. Välj numeriska värden på konstanterna k och m ($k \neq 0$, $m \neq 0$) så att integralen

$$\int_0^2 (kx + m) dx \text{ får värdet } 0 \text{ med ditt val av } k \text{ och } m. \quad (2p)$$

10. Differentialekvationen $y'' + ay' + by = 0$ har en lösning $y = 3e^{-x} + 2e^{2x}$.
Bestäm konstanterna a och b samt ange begynnelsevillkor för $x = 0$ som ger just denna lösning. (4p)

11. Figuren visar grafen till funktionen $y = 4x \cdot e^{-x}$ i intervallet $x \geq 0$.
Från en punkt P på kurvan dras linjer mot x -axeln och y -axeln så att en rektangel bildas (se figur).



Visa med hjälp av derivata att rektangelns area har ett lokalt maximum för $x = 2$. (3p)

12. Om funktionerna f och g vet man att
- $f(0) = 4$ och $f'(x) = 3 - 6e^{-2x}$
 - $g'(x) = f'(x)$
 - kurvorna $y = g(x)$ och $y = f(x)$ innesluter tillsammans med linjerna $x = -1$ och $x = 4$ ett område med arean 10 areaenheter

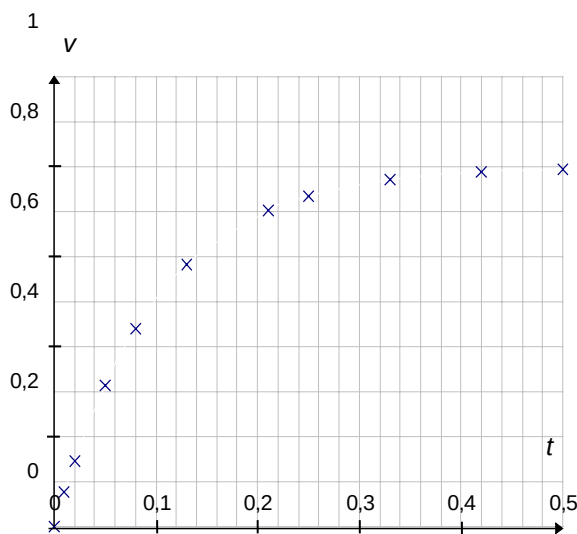
Bestäm $g(x)$. (5p)

13.



En hönsfjäder släpps från höjden 4,0 m. Fjäders fallrörelse registreras och analyseras med hjälp av ett datorsystem. Resultater gav följande diagram.

Hastigheten v i m/s som funktion av tiden t i sekunder.



Accelerationen $\frac{dv}{dt}$ i m/s^2 som funktion av hastigheten v i m/s.

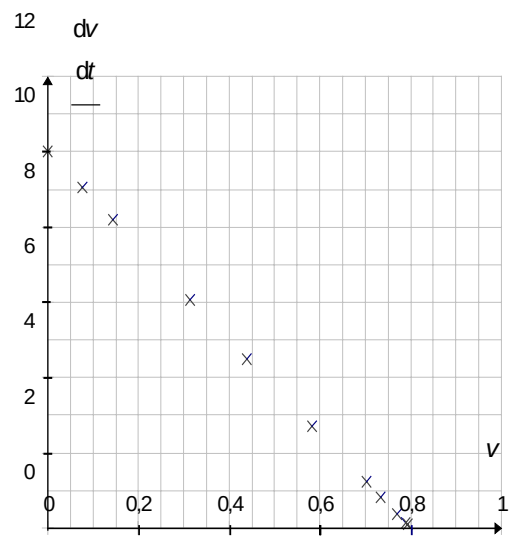
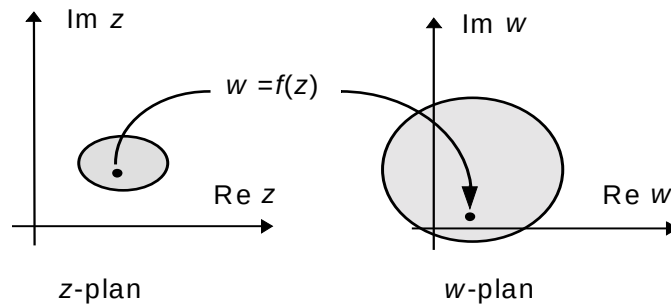


Diagram 2

- Beskriv i ord fjäders rörelse. (1p)
- Ange en differentialekvation som beskriver hur $\frac{dv}{dt}$ beror av v och lös den. (4p)
- Uppskatta med hjälp av diagram 1 hur långt fjädern faller under de första 0,50 sekunderna. Jämför med det värde du får ur din matematiska modell. (3p)

14. Ett område i matematiken kallas komplex analys. Där studerar man funktioner $w = f(z)$ som avbildar en talmängd i det komplexa talplanet (z -planet) på ett annat komplext talplan (w -planet).



De tre komplexa talen 0 , 2 och $2 + 2i$ utgör hörn i en rätvinklig triangel i z -planet. Triangeln avbildas på w -planet med hjälp av funktionen $w = f(z)$, där $f(z) = z^2$.

- Markera i w -planet bilderna av triangelns hörn. (2p)
- Undersök hur triangelns hypotenus avbildas på w -planet. (2p)
- Bestäm bilderna av triangelns övriga sidor. (3p)