Innehåll

Förord

Kom ihåg
- Matematik är att vara tydlig och logisk
- Använd text och inte bara formler
- Rita figur (om det är lämpligt)
- Förklara införda beteckningar

Du ska visa att du kan
- Formulera och utvecklar problem, använda generella metoder/modeller vid problemlösning.
- Analysera och tolka resultat, dra slutsatser samt bedöma rimlighet.
- Genomföra bevis och analysera matematiska resonemang.
- Värdera och jämföra metoder/modeller.
- Redovisa välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.

Kursprovet Ma4 är cirka 50% MaD och 50% MaE.

Skolverket har endast publicerat ett kursprov för Ma4.

Äldre kurs	MaD	består av delar ur både	Ma3 och Ma4
Ny	Ma4		MaD och MaE

Därför är det lämpligt att också nyttja de äldre kurserna MaD och MaE vid träning inför kursprov i Ma4.

NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS D VÅREN 2011

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. **Vi rekommenderar att du använder högst 135 minuter för arbetet med Del I.**
Hjälpmedel	**Del I**: ”Formler till nationellt prov i matematik kurs D”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* **Del II**: Miniräknare, även symbolhanterande räknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs D”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. *Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete med Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
Provet	Provet består av totalt 18 uppgifter. **Del I** består av 11 uppgifter och **Del II** av 7 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 11 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 45 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna. Undre gräns för provbetyget Godkänt: 13 poäng. Väl godkänt: 26 poäng varav minst 7 vg-poäng. Mycket väl godkänt: 26 poäng varav minst 14 vg-poäng. Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de ¤-märkta uppgifterna ger möjlighet att visa.

Del I

Denna del består av 11 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Beräkna $\int_0^3 (4-x^2)\,dx$ (2/0)

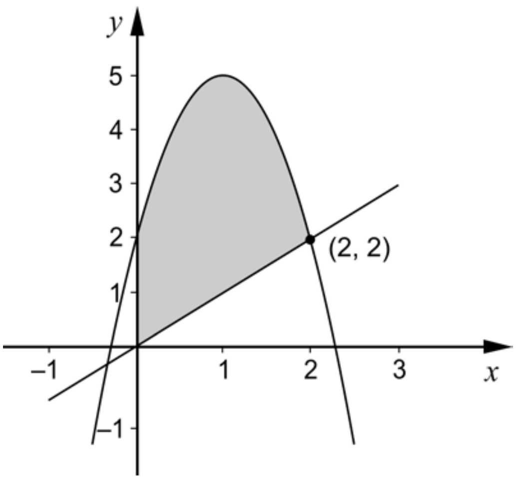
2. Derivera

a) $f(x)=\sin 3x$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) $g(x)=(1+2x)^{11}$ *Endast svar fordras* (1/0)

c) $h(x)=x^2 \cdot e^{3x}$ *Endast svar fordras* (0/1)

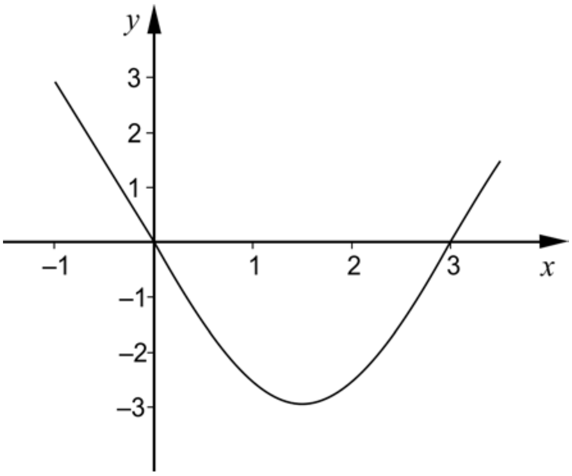
3. Figuren visar ett område som begränsas av y-axeln, kurvan $y=6x-3x^2+2$ och linjen $y=x$. Beräkna områdets area. (2/0)



4. Bestäm den primitiva funktion $F(x)$ till $f(x)=\frac{2}{x}+3$ som uppfyller villkoret $F(1)=5$ (2/0)

5. Lös ekvationen $\cos 2x = 0{,}9$ om $\cos 26° = 0{,}9$ (2/1)

6. Figuren visar grafen till funktionen *f*.



Ordna talen *A*, *B* och *C* i storleksordning. Börja med det *minsta*.

$A = \int_{-1}^{3} f(x)\mathrm{d}x$ $B = \int_{0}^{3} f(x)\mathrm{d}x$ $C = \int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x$ *Endast svar fordras* (1/0)

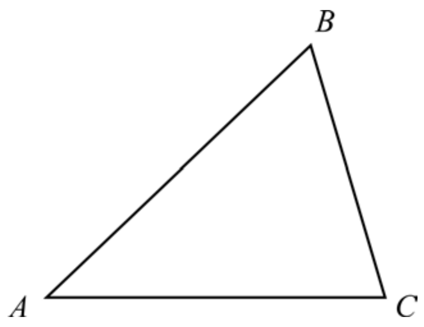
7. För funktionen *f* gäller att $f(2) = 3$ och $f'(x) = 0{,}5$ för alla *x*.

Beräkna $\int_{2}^{6} f(x)\mathrm{d}x$. (0/2)

8. Visa att $\dfrac{\sin 2v + \sin v}{2\cos v + 1} = \sin v$

för alla *v* där uttrycken i båda led är definierade. (0/1/¤)

9. I den spetsvinkliga triangeln ABC är $\sin A = 0,6$



a) Bestäm värdet av $\sin(B+C)$ (0/1)

b) Bestäm värdet av $\cos(B+C)$ (0/2/¤)

10. Timo och Peder har fått i uppgift att lösa följande problem utan räknare:

$F(x) = (x+2)(x-2)^3$ är en primitiv funktion till $f(x) = 4(x+1)(x-2)^2$
Beräkna $\int_{-2}^{3} (x+1)(x-2)^2 \mathrm{d}x$

Timo säger att han först tänker utveckla $(x+1)(x-2)^2$ och sedan beräkna integralen. Peder påstår att det finns ett snabbare sätt att lösa uppgiften.

a) Beskriv en metod som Peder kan ha tänkt använda. (0/1/¤)

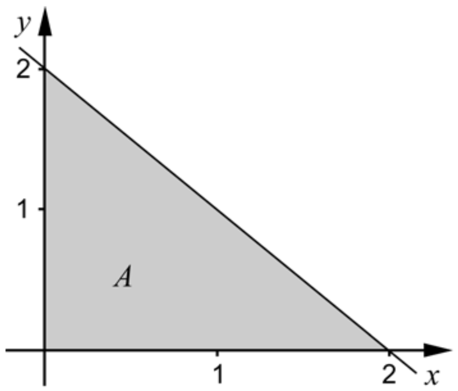
b) Lös uppgiften med valfri metod. (0/1)

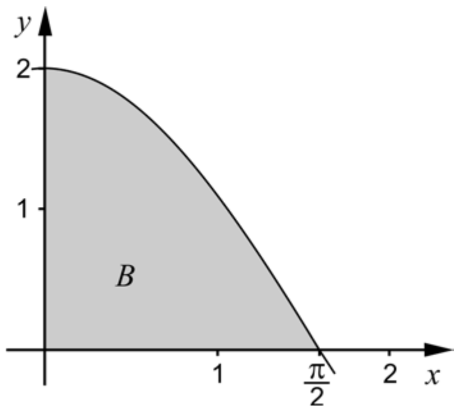
Vid bedömningen av ditt arbete med denna uppgift kommer läraren att ta hänsyn till:
- Hur väl du utför dina beräkningar
- Hur långt mot en generell lösning du kommer
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

11. I den här uppgiften ska du jämföra storleken av areorna av två områden *A* och *B*.

Område *A* begränsas av positiva *y*-axeln, positiva *x*-axeln och linjen $y = 2 - kx$
Område *B* begränsas av positiva *y*-axeln, positiva *x*-axeln och kurvan $y = 2\cos kx$

Nedan visas areorna som bildas när $k = 1$





- Beräkna arean av de skuggade områdena *A* och *B* när $k = 1$, det vill säga då $y = 2 - x$ och $y = 2\cos x$

- Skriv av nedanstående tabell och beräkna de värden som saknas.

k	Arean av *A*	Arean av *B*
1		
2		
3		

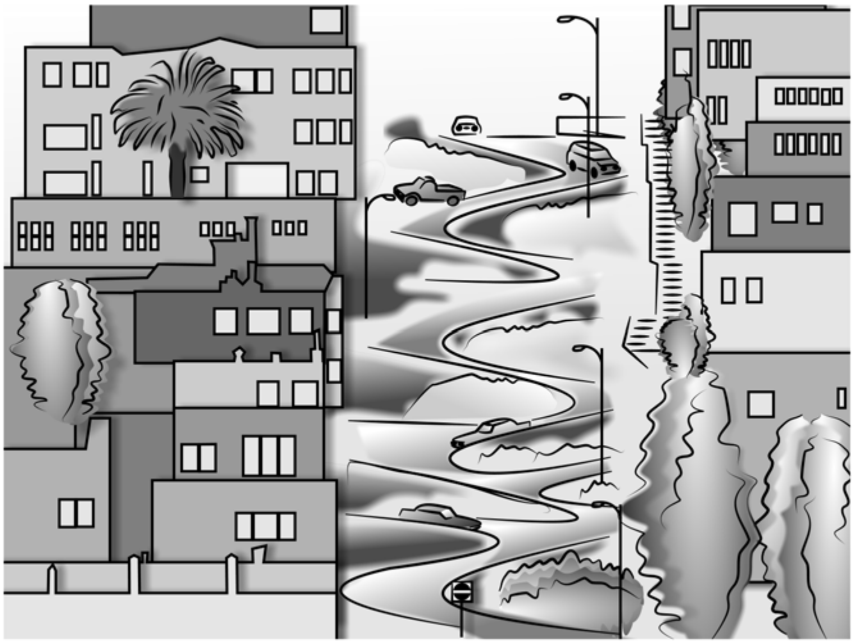
- Jämför areorna av områdena *A* och *B* för samma värde på *k*. Formulera en slutsats av din jämförelse.

- Visa att din slutsats gäller för alla $k > 0$ (2/4/¤)

Del II

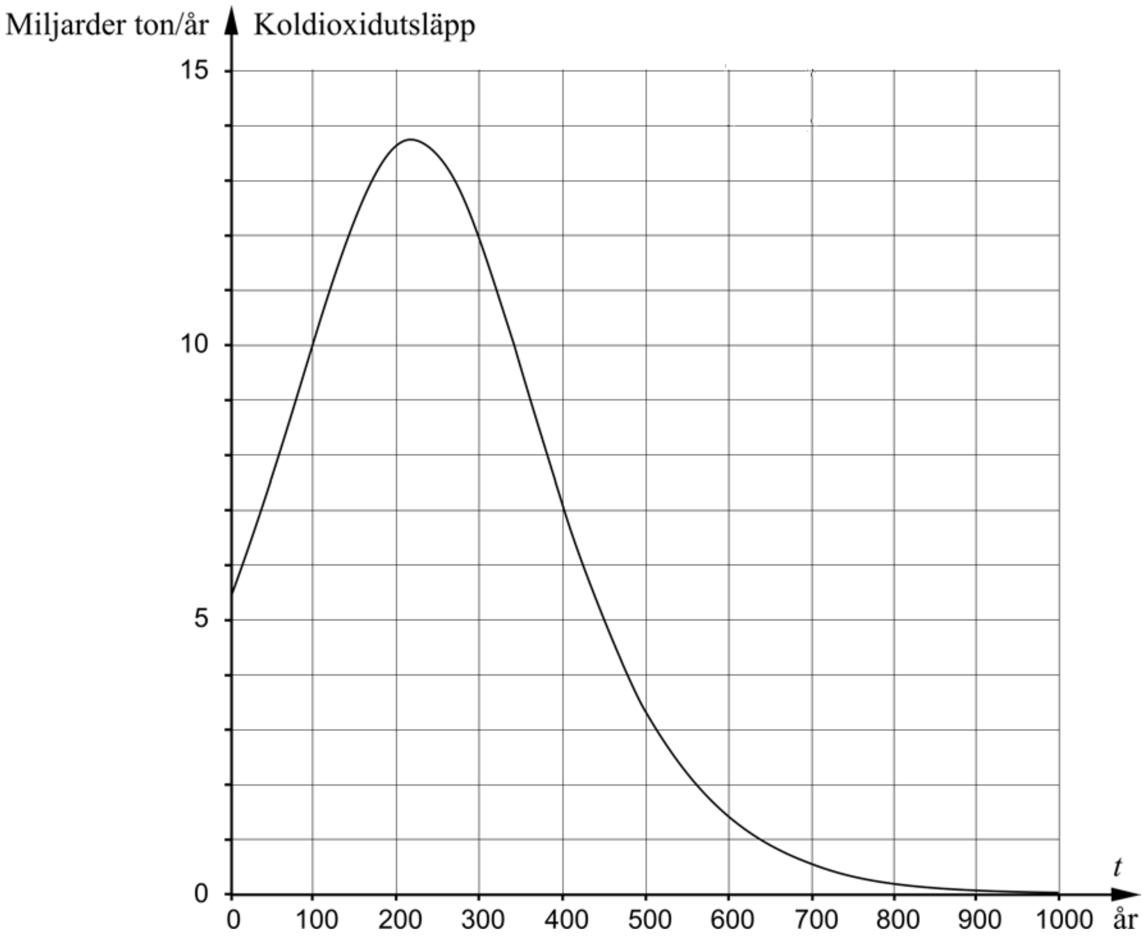
Denna del består av 7 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

12. Lombard Street i San Fransisco är berömd för att den ligger på en sluttning som är så brant att vägen anlagts i sicksack.



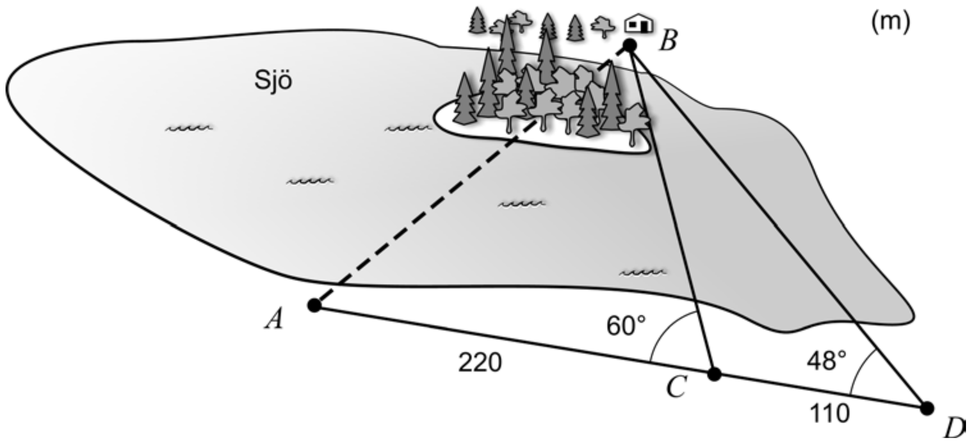
Den brantaste delen av sluttningen är 400 meter lång och på den sträckan är höjdskillnaden 182 meter.
Hur många grader lutar sluttningen mot horisontalplanet? (2/0)

13. En prognos för de årliga koldioxidutsläppen i världen för de kommande tusen åren beskrivs med hjälp av grafen nedan. Tiden $t = 0$ motsvarar år 2000.



Uppskatta med hjälp av grafen hur mycket koldioxid som kommer att släppas ut mellan åren 2100 och 2400. (2/0)

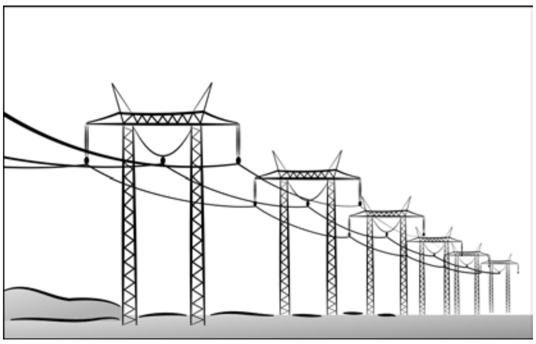
14. Avståndet mellan de två punkterna *A* och *B* på var sin sida om en sjö ska bestämmas, se figur.



En lantmätare som befinner sig i *A* kan inte se *B* som skyms av en trädbevuxen holme i sjön. Från de två punkterna *C* och *D*, som tillsammans med *A* ligger längs en rät linje, kan hon se *B*. Hon mäter upp vinkeln *ACB* till $60°$ och vinkeln *ADB* till $48°$ samt sträckan *AC* till 220 m och sträckan *CD* till 110 m.

Beräkna avståndet *AB*. (2/1)

15. Luftledningar tål större strömbelastning då det blåser.



För en viss luftledning ges den tillåtna strömbelastningen av funktionen

$$S(x) = 342 \cdot (1 + 4x)^{0,25}$$

där x är vindstyrkan i m/s och $S(x)$ är den tillåtna strömbelastningen i ampere, A.

a) Bestäm den tillåtna strömbelastningen när det är vindstilla. (1/0)

b) Vid vilken vindstyrka ökar den tillåtna strömbelastningen med en hastighet av 50 A/(m/s) ? (0/2)

16. Bestäm en funktion på formen $y = A\sin kx + B$ som uppfyller villkoren nedan:

- $A > 0$
- värdemängden är $-4 \leq y \leq 2$
- de lokala maximipunkterna har *x*-koordinaterna $x = \dfrac{\pi}{8} + n \cdot \dfrac{\pi}{2}$ för alla heltal n (1/1)

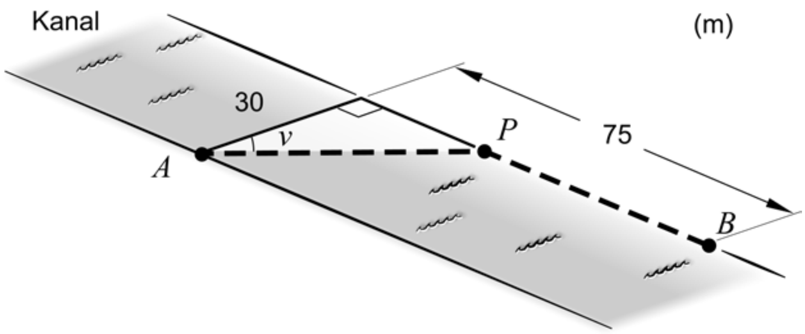
17.

Armand arbetar som silversmed och hans specialitet är smycken i form av olika geometriska figurer. Han har bestämt sig för att göra ett smycke i form av en triangel. Till sitt förfogande har han en $9{,}0\ \text{cm}$ lång silvertråd som han kan böja och klippa.

Armand betecknar triangeln *ABC* och bestämmer sig för att vinkeln *A* ska vara $30°$, sidan *AB* 4,2 cm och sidan *BC* 3,2 cm.

Utred på vilket eller vilka sätt smycket kan utformas. (1/2/¤)

18. Punkterna *A* och *B* ligger på var sin sida av en $30\ \text{m}$ bred kanal, se figur.



En kabel ska dras från punkt *A* till punkt *B*. Kabeln ska först gå genom vattnet till en punkt *P* och därefter på land längs kanalens kant till punkt *B*.
Kostnaden för kabeldragningen är $2500\ \text{kr/m}$ i vattnet och $1500\ \text{kr/m}$ på land.
Bestäm vinkeln *v* så att kostnaden för kabeldragningen blir så liten som möjligt. (0/3/¤)