Innehåll

Förord

Kom ihåg
- Matematik är att vara tydlig och logisk
- Använd text och inte bara formler
- Rita figur (om det är lämpligt)
- Förklara införda beteckningar

Du ska visa att du kan
- Formulera och utvecklar problem, använda generella metoder/modeller vid problemlösning.
- Analysera och tolka resultat, dra slutsatser samt bedöma rimlighet.
- Genomföra bevis och analysera matematiska resonemang.
- Värdera och jämföra metoder/modeller.
- Redovisa välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.

NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS D VÅREN 2007

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.
Hjälpmedel	**Del I:** ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C och D”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* **Del II:** Miniräknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C och D”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. *Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete med Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
Provet	Provet består av totalt 16 uppgifter. **Del I** består av 8 uppgifter och **Del II** av 8 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 16 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 43 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna. Undre gräns för provbetyget Godkänd: 12 poäng. Väl godkänd: 25 poäng varav minst 6 vg-poäng. Mycket väl godkänd: 25 poäng varav minst 13 vg-poäng. Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de ¤-märkta uppgifterna ger möjlighet att visa.

Del I

Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Bestäm en primitiv funktion F till $f(x) = 10x^4 - 8x + 16$

Endast svar fordras (1/0)

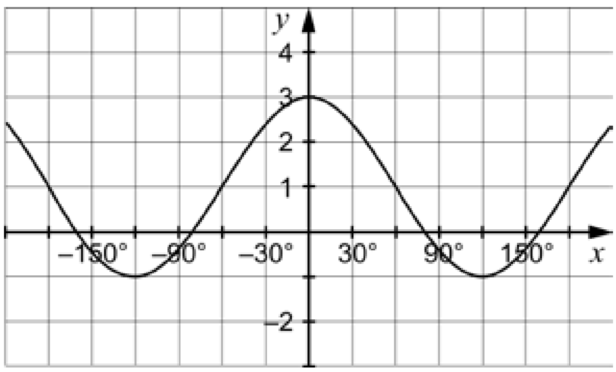
2. Derivera

a) $f(x) = 5\cos 6x$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) $g(x) = (2x+5)^6$ *Endast svar fordras* (1/0)

3. Beräkna $\int_1^2 (3x^2 - x)\mathrm{d}x$ (2/0)

4. Kurvan nedan kan skrivas på formen $y = A\cos kx + b$



a) Bestäm värdet på konstanterna A och b. *Endast svar fordras* (2/0)

b) Bestäm värdet på konstanten k. (0/1)

5. Bestäm konstanten k så att $f'(3) = 0$ då $f(x) = \ln x - kx$ (2/0)

6. Funktionen f är definierad genom $f(x) = x^2 - \sin 3x$

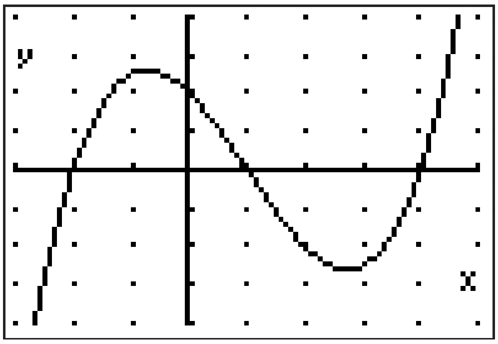
Bestäm det största värde som andraderivatan $f''(x)$ kan anta. (1/1)

7. Ordna följande tal i storleksordning. Börja med det minsta.

$A = \sin 2°$ $B = \sin 92°$ $C = \sin 182°$ $D = \sin 272°$

Endast svar fordras (0/1)

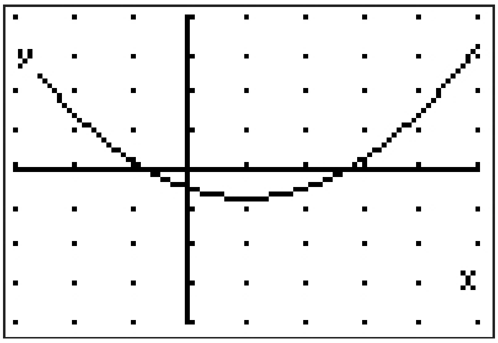
8. I figuren till höger ser du grafen till $y = f'(x)$
Alla figurer till uppgiften är ritade i samma skala.



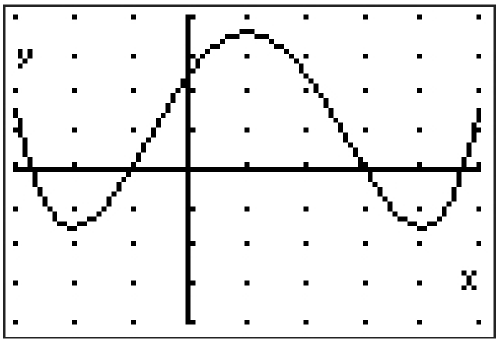
a) Vilken av figurerna A – F beskriver bäst grafen till $y = f(x)$?
Motivera ditt val. (0/2/¤)

b) Vilken av figurerna A – F beskriver bäst grafen till $y = f''(x)$?
Motivera ditt val. (0/2/¤)

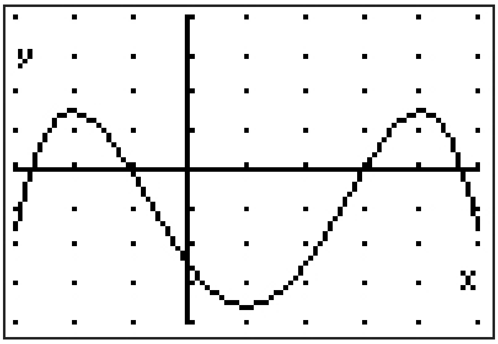
A



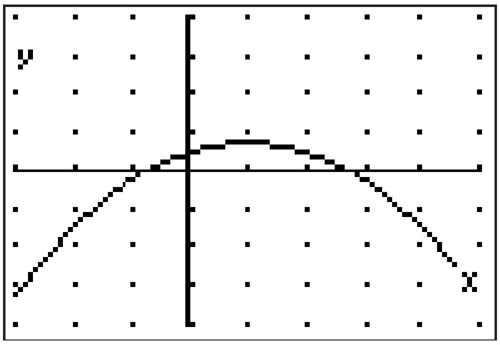
B



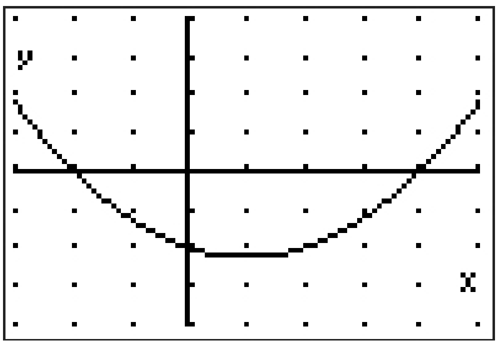
C



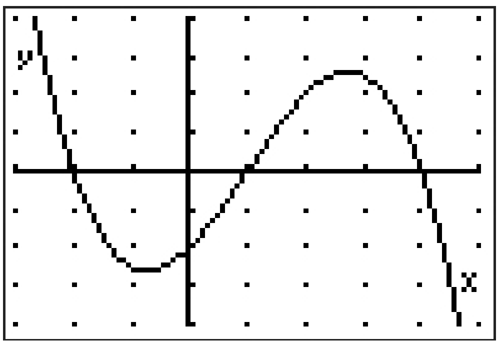
D



E



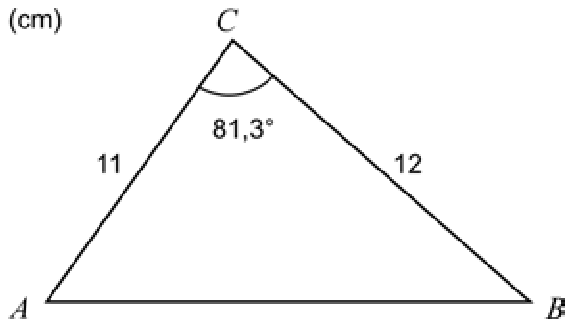
F



Del II

Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

9. Triangeln *ABC* är given enligt figur.



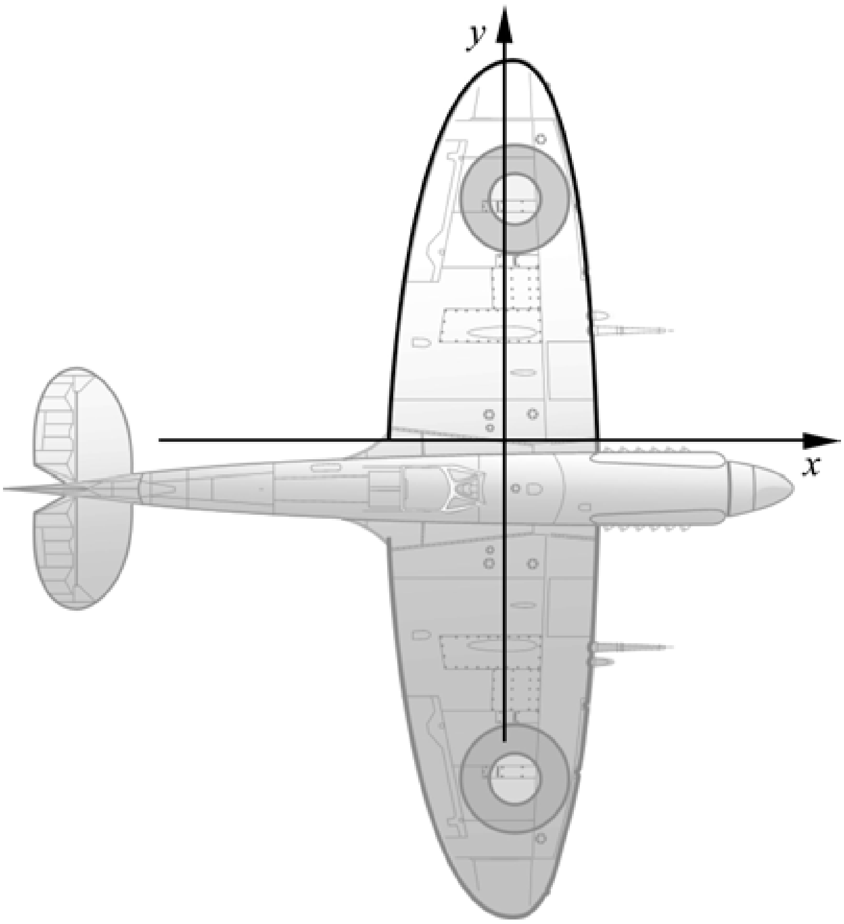
a) Bestäm längden på sidan *AB*. (2/0)

b) Beräkna triangelns area. (1/0)

10. Bestäm samtliga lösningar till ekvationen $\sin 2x = 0{,}8$ (2/1)

11. Bilden visar ett flygplan av märket Spitfire. Om ett koordinatsystem placeras enligt figuren så kan den ena vingens form beskrivas med den del av kurvan $y = -x^4 - x^3 - x^2 + 0{,}3x + 5$ som ligger ovanför x-axeln.
x och y anges i meter.

Beräkna flygplansvingens area.
Svara i m^2 med en decimals noggrannhet. (3/0)



12. En funktion f har egenskaperna:

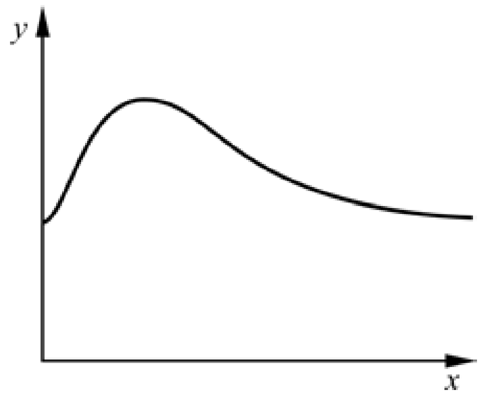
- $f'(x) = -2$
- $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$

Bestäm $f(x)$ (0/2)

13. När Johan äter 50 gram vitt bröd till frukost ändras hans blodsockerhalt. Blodsockerhalten mäts i millimol per liter (mmol/l).
Blodsockerhalten, y mmol/l kan beskrivas med modellen

$$y = 0{,}032 \cdot x^2 \cdot e^{-0{,}070x} + 4{,}0 \quad , \quad 0 \le x \le 120$$

där x är antalet minuter efter det att Johan ätit sin frukost.



Du ser i figuren att blodsockerhalten ökar när Johan har ätit sin frukost. Blodsockerhalten når sedan sitt största värde för att därefter avta.

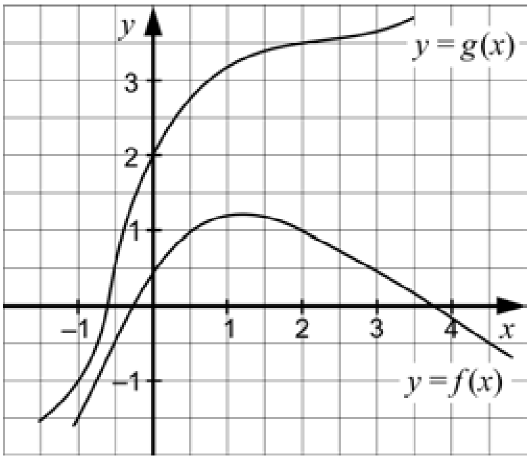
a) Under hur lång tid är blodsockerhalten över 6,0 mmol/l? (1/1)

b) Hur lång tid efter frukosten börjar blodsockerhalten att avta? (1/0)

c) När sjunker blodsockerhalten som snabbast? (0/2)

14. Visa att $\dfrac{\sin x + \tan x}{1 + \cos x} = \tan x$ för alla x där uttrycken i båda leden är definierade. (0/1/¤)

15. Figuren nedan visar graferna till funktionerna $y = g(x)$ och $y = f(x)$



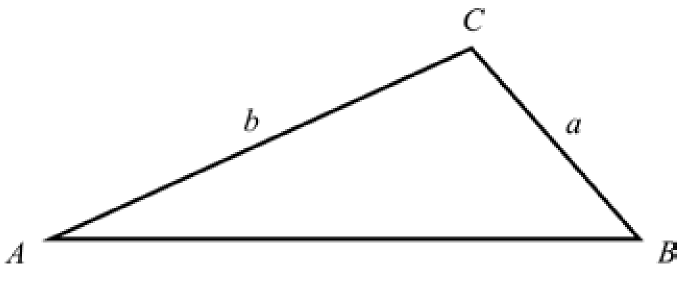
Funktionen h ges av $h(x) = f(g(x))$
Använd figuren för att lösa följande uppgifter.

a) Bestäm $h(0)$ (0/1)

b) Bestäm $h'(0)$ (0/2/¤)

Vid bedömning av ditt arbete med uppgiften kommer läraren att ta hänsyn till:
- Hur väl du utför dina beräkningar
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

16. I triangeln *ABC* är vinkeln *B* alltid dubbelt så stor som vinkeln *A*



- Bestäm $\frac{b}{a}$ om vinkeln *A* är 25°
- Bestäm vinkeln *A* om $\frac{b}{a} = 1{,}5$
- Undersök hur $\frac{b}{a}$ beror av vinkeln *A*. Ange särskilt vilka värden $\frac{b}{a}$ kan anta.

(2/4/¤)