Innehåll

Förord

Uppgifter till kursen Matematik D duger utmärkt för träning till kursen Ma4.

Kom ihåg
- Matematik är att vara tydlig och logisk
- Använd text och inte bara formler
- Rita figur (om det är lämpligt)
- Förklara införda beteckningar

Du ska visa att du kan
- Formulera och utvecklar problem, använda generella metoder/modeller vid problemlösning.
- Analysera och tolka resultat, dra slutsatser samt bedöma rimlighet.
- Genomföra bevis och analysera matematiska resonemang.
- Värdera och jämföra metoder/modeller.
- Redovisa välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.

NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS D VÅREN 2005

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.
Hjälpmedel	**Del I:** ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C, D och E”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* **Del II:** Miniräknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C, D och E”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. *Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
Provet	Provet består av totalt 17 uppgifter. **Del I** består av 9 uppgifter och **Del II** av 8 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 17 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 44 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna.

Undre gräns för provbetyget

Godkänd:	13 poäng.
Väl godkänd:	26 poäng varav minst 7 vg-poäng.
Mycket väl godkänd:	Utöver kraven för Väl godkänd ska du ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de ¤-märkta uppgifterna ger möjlighet att visa. Du ska dessutom ha minst 13 vg-poäng.

Namn: ______________________________ Skola: ______________________________

Komvux/gymnasieprogram: ______________________________

Del I

Denna del består av 9 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare.
Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Beräkna $\int_1^3 (x^2 - 1)\,dx$ (2/0)

2. Bestäm $f'(x)$ om

a) $f(x) = 4\cos 3x$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) $f(x) = (3 - 2x)^6$ *Endast svar fordras* (1/0)

c) $f(x) = x^2 \cdot e^{3x}$ *Endast svar fordras* (0/1)

3. Vilka två av funktionerna $F(x)$ nedan är primitiv funktion till $f(x) = 3x^5 + 1$? *Endast svar fordras* (1/0)

A $F(x) = \dfrac{3x^4}{4}$

B $F(x) = 15x^4$

C $F(x) = 0{,}5x^6 + x$

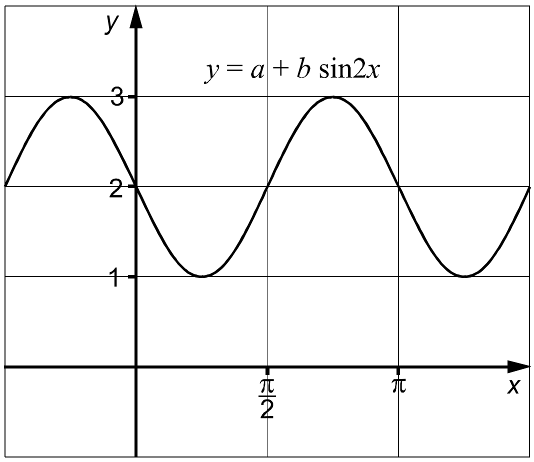
D $F(x) = x^6 + 2x$

E $F(x) = \dfrac{x^6}{3} + x + 1$

F $F(x) = \dfrac{x^6}{2} + x - 14$

4. Ordna följande tal i storleksordning:
$a = \sin 24°$, $b = \cos 100°$ och $c = \sin 165°$
Motivera ditt svar. (1/1)

5. Figuren visar grafen till funktionen $y = a + b\sin 2x$
Bestäm konstanterna a och b. *Endast svar fordras* (1/1)



6. Vilket av följande uttryck A – F kan förenklas till 1?
Endast svar fordras (0/1)

A $(\sin x + \cos x)^2$

B $(\sin x - \cos x)^2$

C $(\sin x + \cos x)(\sin x - \cos x)$

D $\cos x(\tan x \cdot \sin x + \cos x)$

E $\dfrac{\sin x}{\cos x} + \dfrac{\cos x}{\sin x}$

F $2(\sin x + \cos x)$

7.

Antalet starar i Sverige har undersökts sedan 1979. Resultaten av denna undersökning kan matematiskt beskrivas med differentialekvationen:

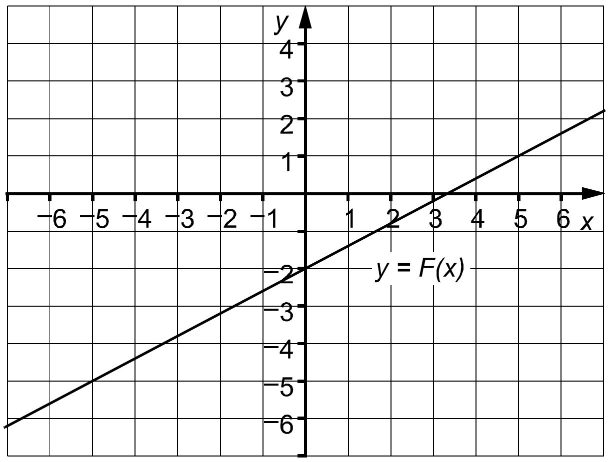
$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -\,0{,}03 \cdot y$, där y är antalet starar vid tiden t år från 1979.

Förklara med egna ord innebörden av differentialekvationen i detta sammanhang. (1/1)

8. I triangeln ABC är vinkeln $A = 90°$
Visa att $\sin B = \cos C$ (0/1/¤)

9. Funktionen F är primitiv funktion till f
Figuren nedan visar $y = F(x)$

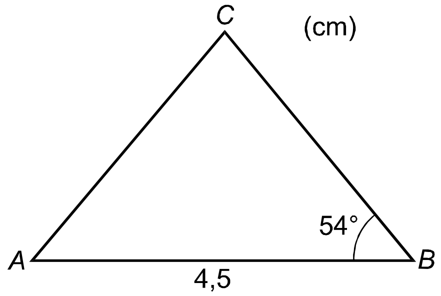
Bestäm $\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x$ (0/2/¤)



Del II

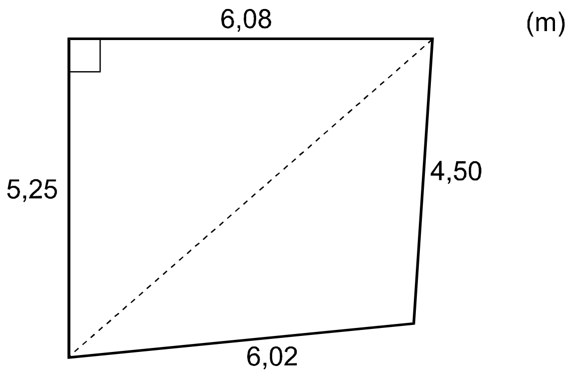
Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

10. I triangeln ABC är sidorna AC och BC lika långa.
Beräkna triangelns area. (2/0)



11. Beräkna med hjälp av primitiv funktion arean av det område som begränsas av funktionerna $f(x) = x^2 + x + 1$ och $g(x) = 9 - x$ (3/0)

12. Daniel och Linda tittar på en lägenhet. Enligt uppgift är vardagsrummet 31,2 m^2. De vill kontrollera om detta stämmer och mäter väggarna och ritar en skiss över rummet. De vet att ett hörn i rummet är rätvinkligt. Så här ser deras skiss ut.



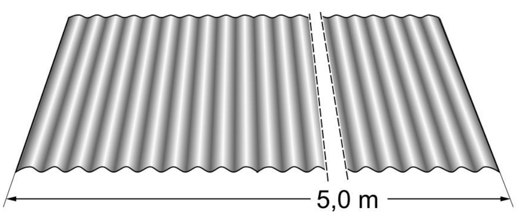
Vilken area har vardagsrummet enligt Daniels och Lindas skiss? (2/2)

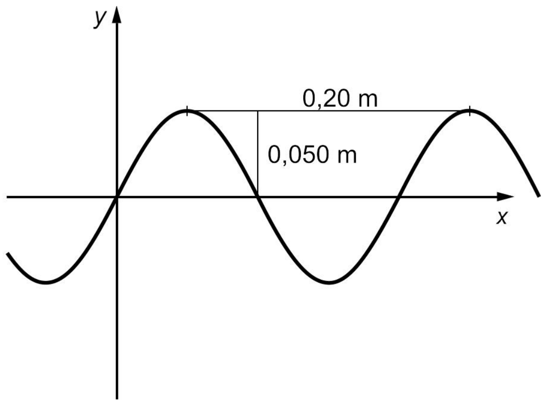
13. Bestäm samtliga lösningar till ekvationen $\sin 3x = 0{,}421$ (2/1)

14. Bestäm *antalet* lösningar till ekvationen $\sin 2x = \frac{x^2}{10} - 1$,

där x mäts i radianer. (1/1)

15. En korrugerad plåt tillverkas genom att en plan plåt veckas. Sedd från sidan har den korrugerade plåten på bilden formen av en sinuskurva med perioden 0,20 m och amplituden 0,050 m.

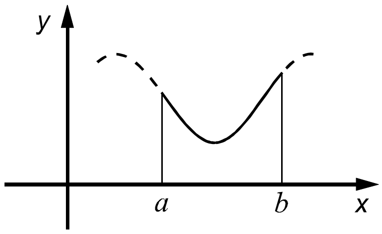




a) Bestäm en formel för ”plåtkurvan” på formen $f(x) = A\sin kx$ (0/1)

Det finns en formel för beräkning av kurvlängd. Enligt denna gäller att längden s av en kurva $y = f(x)$ från $x = a$ till $x = b$ kan beräknas som:

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\,\mathrm{d}x$$

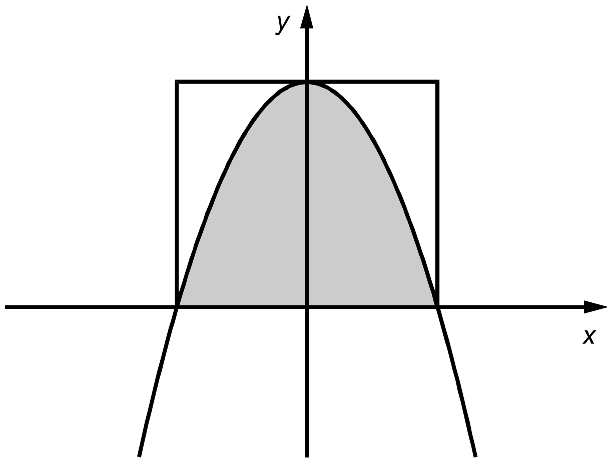


b) Hur lång *plan* plåt ska man utgå ifrån för att den korrugerade plåtens längd ska bli 5,0 m? (0/3/¤)

16. För vilka värden på konstanterna a och b gäller det att funktionen $f(x) = ax^2 + bx - \sin 3x$ har ett lokalt maximum för $x = 0$? (1/2/¤)

Vid bedömning av ditt arbete med uppgiften kommer läraren att ta hänsyn till:
- Hur väl du utför dina beräkningar
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

17. Figuren visar en parabel och en rektangel i ett koordinatsystem. Det skuggade området är begränsat av parabeln och x-axeln. Arean av det skuggade området kallas i fortsättningen parabelarean.



Två av rektangelns hörn sammanfaller med kurvans skärningspunkter med x-axeln.
En av rektangelsidorna tangerar kurvans maximipunkt.

I den här uppgiften ska du undersöka förhållandet mellan parabelarean och rektangelarean.
Låt parabelns ekvation vara $y = b - ax^2$, där a och b är positiva tal.

- Du kan då börja t.ex. med att sätta $b = 9$ och $a = 1$ och rita grafen till funktionen $y = 9 - x^2$. Bestäm därefter förhållandet mellan parabelarean och rektangelarean.

- Välj själv andra exempel och försök formulera en slutsats utifrån dina valda exempel.

- Undersök om din slutsats även gäller i det allmänna fallet med parabeln $y = b - ax^2$

Om du vill kan du istället undersöka det allmänna fallet direkt. (3/4/¤)