

Innehåll

Förord	1
NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS D VÅREN 2003	2
Del I, 10 uppgifter utan miniräknare	3
Del II, 6 uppgifter med miniräknare	6

Förord

Kom ihåg

- Matematik är att vara tydlig och logisk
- Använd text och inte bara formler
- Rita figur (om det är lämpligt)
- Förklara införda beteckningar

Du ska visa att du kan

- Formulera och utvecklar problem, använda generella metoder/modeller vid problemlösning.
- Analysera och tolka resultat, dra slutsatser samt bedöma rimlighet.
- Genomföra bevis och analysera matematiska resonemang.
- Värdera och jämföra metoder/modeller.
- Redovisa välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.

Skolverket hänvisar generellt beträffande provmaterial till bestämmelsen om sekretess i 4 kap. 3 § sekretesslagen. För detta material gäller sekretessen fram till utgången av juni 2013.

**NATIONELLT KURSPROV I
MATEMATIK KURS D
VÅREN 2003**

Anvisningar

- Provtid** 240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.
- Hjälpmedel** **Del I:** "Formler till nationellt prov i matematik kurs C, D och E".
Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.
Del II: Miniräknare och "Formler till nationellt prov i matematik kurs C, D och E".
- Provmaterialet** Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar.
Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in.
Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren.
Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.
- Provet** Provet består av totalt 16 uppgifter. **Del I** består av 10 uppgifter och **Del II** av 6 uppgifter.
Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel.
Uppgift 16 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete.
Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
- Poäng och betygsgränser** Provet ger maximalt 41 poäng.
Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med α , vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna i betygskriterier 2000.
Undre gräns för provbetyget
Godkänd: 12 poäng.
Väl godkänd: 24 poäng varav minst 6 vg-poäng.
Mycket väl godkänd: Kraven för Väl godkänd ska vara väl uppfyllda. Dessutom kommer läraren att ta hänsyn till hur väl du löser α -uppgifterna.

Namn: _____ Skola: _____

Komvux/gymnasieprogram: _____

Del I

Denna del består av 10 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.

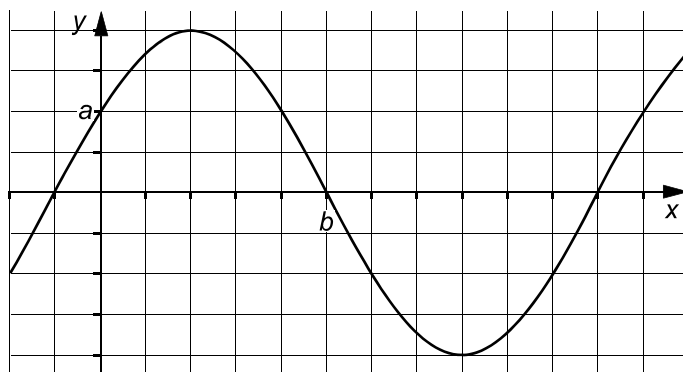
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Beräkna integralen $\int_0^3 (2x + 1) dx$ (2/0)

2. Bestäm perioden för kurvan $y = \sin 4x$ *Endast svar fordras* (1/0)

3. Ordna talen $\sin 50^\circ$, $\sin 100^\circ$, $\sin 150^\circ$ och $\sin 200^\circ$ efter storlek med det *minsta* talet först. (2/0)

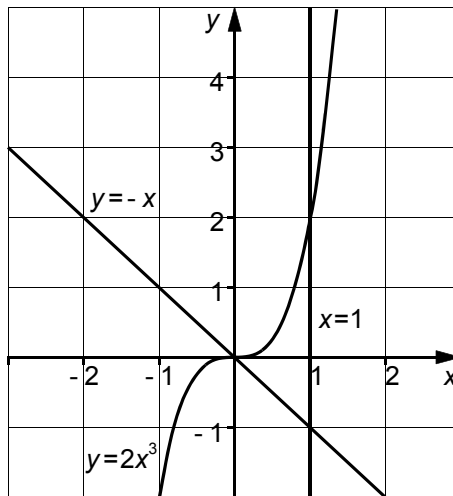
4. Funktionen $y = 2\sin(x + 30^\circ)$ är ritad i figuren nedan. Ange värden på a och b . *Endast svar fordras* (2/0)



5. En djurpopulation ökar med hastigheten $v(t) = 200 + 50t$ (djur/år) där t är tiden i år. Med hur många djur ökar populationen under de 10 första åren? (2/0)

6. Beräkna arean av det område som begränsas av kurvan $y = 2x^3$ samt linjerna $y = -x$ och $x = 1$

(2/0)



7. Lös ekvationen $\sin 3x = \frac{1}{2}$ i intervallet $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$

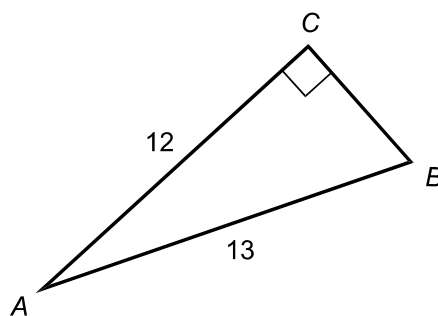
(1/1)

8. Bestäm derivatan av funktionen $f(x) = (2x - 1)e^x$

(0/2)

9. Figuren visar en rätvinklig triangel ABC .
Bestäm $\sin 2A$

(0/2)



10. Beräkna exakt $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos \frac{x}{3} dx$

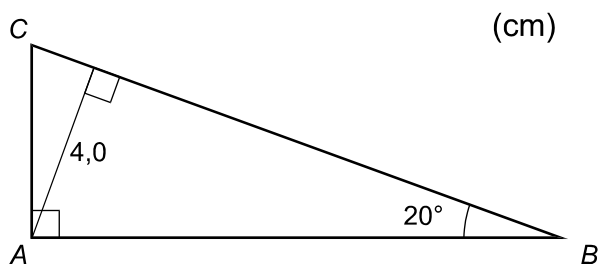
(0/2)

Del II

Denna del består av 6 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

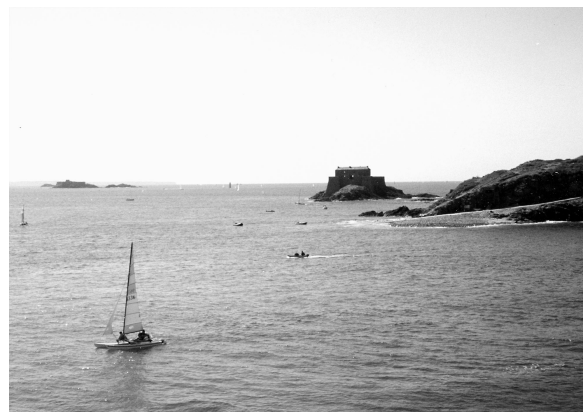
11. Visa att differentialekvationen $y' - 3y = 0$ har lösningen $y = 5e^{3t}$ (2/0)

12. Bestäm arean av den rätvinkliga triangeln ABC .



(3/0)

- 13.



Utanför den franska staden Saint Malo som ligger vid kusten mot Engelska kanalen, har man funnit att vattendjupet y meter under en viss tid varierar enligt sambandet

$$y(t) = 8,0 - 5,0 \sin \frac{\pi t}{6}, \text{ där } t \text{ är tiden i timmar räknat från kl 08.00.}$$

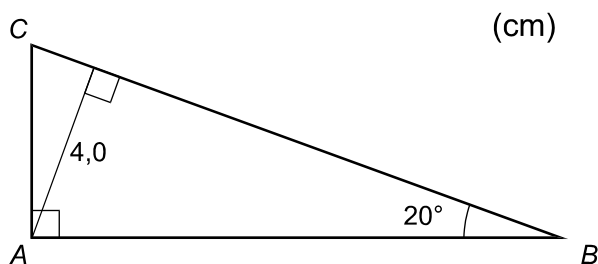
- a) Hur stort är vattendjupet kl 16.30? (1/0)
- b) När under dygnet är vattendjupet minst? (1/1)
- c) Med vilken hastighet ökar vattendjupet när ökningshastigheten är störst? (0/2)

Del II

Denna del består av 6 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

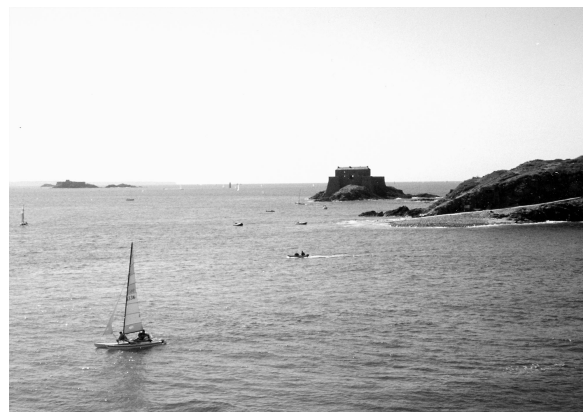
11. Visa att differentialekvationen $y' - 3y = 0$ har lösningen $y = 5e^{3t}$ (2/0)

12. Bestäm arean av den rätvinkliga triangeln ABC .



(3/0)

- 13.

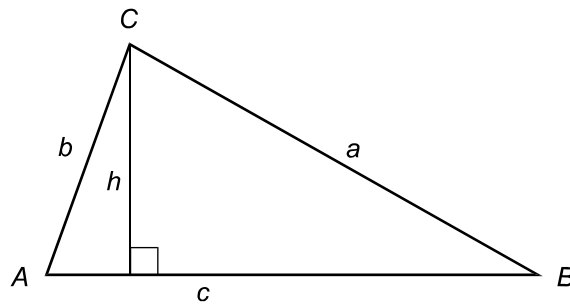


Utanför den franska staden Saint Malo som ligger vid kusten mot Engelska kanalen, har man funnit att vattendjupet y meter under en viss tid varierar enligt sambandet

$$y(t) = 8,0 - 5,0 \sin \frac{\pi t}{6}, \text{ där } t \text{ är tiden i timmar räknat från kl 08.00.}$$

- a) Hur stort är vattendjupet kl 16.30? (1/0)
- b) När under dygnet är vattendjupet minst? (1/1)
- c) Med vilken hastighet ökar vattendjupet när ökningshastigheten är störst? (0/2)

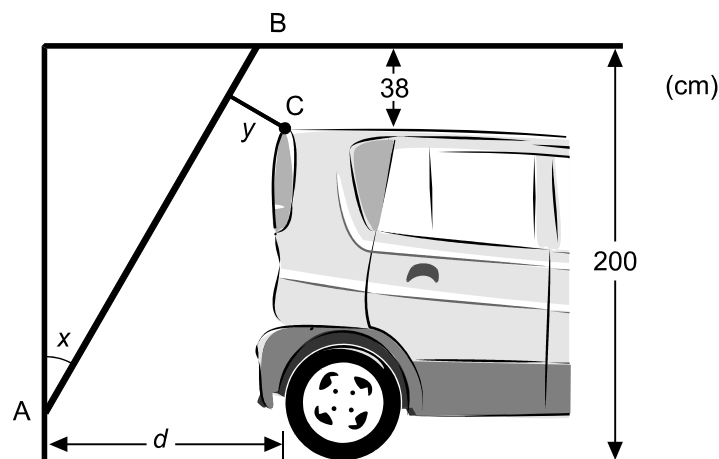
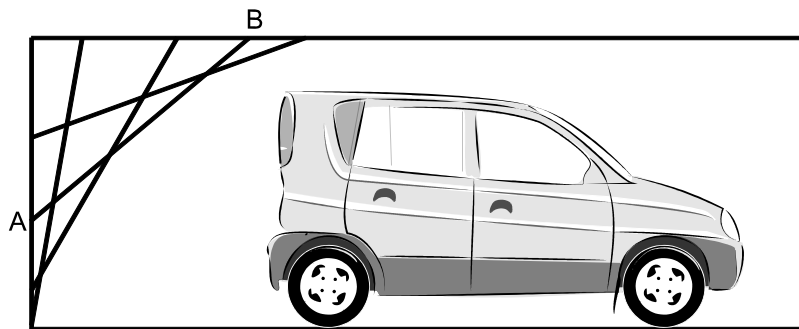
14. I triangeln ABC med sidorna a , b och c är vinklarna A och B spetsiga.



Visa, utan att använda sinussatsen, att $b \sin A = a \sin B$

(0/2/□)

15. Bilden nedan visar en schematisk bild av hur en garageport rör sig när man öppnar den. Nederkanten på porten, A , löper i en lodrät bana. Överkanten B löper i en vågrät bana. När man öppnar porten tar den en del av utrymmet i garaget.



Du ska undersöka hur nära den stängda porten du kan ställa din nya bil. I figuren ovan är vinkeln mellan porten och lodlinjen x grader. Det kortaste avståndet mellan bilens högsta punkt C och den lutande porten är y cm. Det vågräta avståndet mellan punkten C och den stängda porten är d cm. Man kan visa att $y = 38 \sin x - 200 \cos x \sin x + d \cos x$

Om $y \leq 0$ så innebär det att porten slår mot bilen.

Bestäm, t ex med hjälp av din räknare, det minsta värde d kan ha för att porten inte ska slå mot bilen. Svara med hela centimeter.

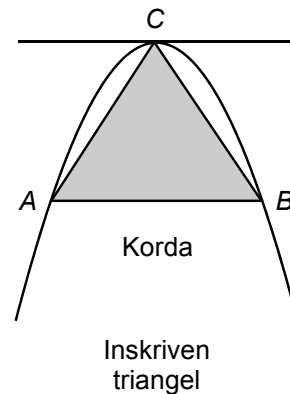
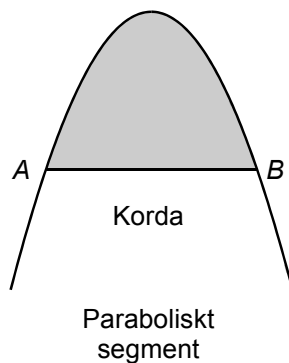
(0/3/□)

Vid bedömningen av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur väl du redovisar ditt arbete
- om du gjort korrekta beräkningar
- hur väl du motiverar dina resultat
- hur väl du använder det matematiska språket

16. En vågrät linje skär en andragradskurva i två punkter A och B . Linjen AB och andragradskurvan innesluter då ett område. Detta område kallas ett paraboliskt segment. Den tangent till kurvan som är parallell med kordan AB tangerar kurvan i C .

Den grekiske matematikern, fysikern och uppfinnaren Arkimedes (287 – 212 f Kr) upptäckte att arean av triangeln ABC är exakt $3/4$ av arean av det paraboliska segmentet (se figurena nedan).



- Visa att Arkimedes samband gäller för det paraboliska segment som begränsas av andragradskurvan $y = x(2 - x)$ och x -axeln.
- Välj en annan andragradskurva som skär x -axeln i två punkter. Visa att Arkimedes samband gäller för det paraboliska segment som begränsas av denna andragradskurva och x -axeln.
- Andragradskurvan $y = x^2$ skärs av linjen $y = 2x + 3$ i punkterna $A = (-1, 1)$ och $B = (3, 9)$. Sträckan AB är en korda till andragradskurvan. Punkten C bestäms som ovan av att tangenten till andragradskurvan i C ska vara parallell med kordan AB . Undersök om Arkimedes samband gäller även i detta fall där kordan inte är parallell med x -axeln.

(3/4/□)