Innehåll

Förord

Kom ihåg
- Matematik är att vara tydlig och logisk
- Använd text och inte bara formler
- Rita figur (om det är lämpligt)
- Förklara införda beteckningar

Du ska visa att du kan
- Formulera och utvecklar problem, använda generella metoder/modeller vid problemlösning.
- Analysera och tolka resultat, dra slutsatser samt bedöma rimlighet.
- Genomföra bevis och analysera matematiska resonemang.
- Värdera och jämföra metoder/modeller.
- Redovisa välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.

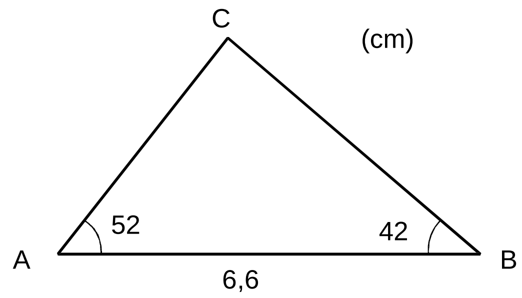
NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS D VÅREN 1999

Tidsbunden del

Anvisningar

Provtid	180 minuter utan rast.
Hjälpmedel	Grafritande räknare och formelsamling.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn, komvux/gymnasieprogram och födelsedatum på de papper du lämnar in.
Provet	Provet består av 14 uppgifter. De flesta uppgifterna är av *långsvarstyp* där det inte räcker med bara ett kort svar utan där det krävs • att du skriver ned vad du gör • att du förklarar dina tankegångar • att du ritar figurer vid behov • att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel Till några uppgifter (där det står ”*Endast svar fordras*”) behöver bara svaret anges. Pröva på alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning.
Betygsgränser	Ansvarig lärare meddelar de gränser som gäller för betygen ”Godkänd” och ”Väl godkänd”. Provet ger maximalt 38 poäng.

1. Triangeln ABC är given enligt figur. Beräkna längden av sidan AC.



(2p)

2. Bestäm den primitiva funktion $y = F(x)$ till funktionen $f(x) = 8x^3 - 2x$ för vilken $F(2) = 4$ (2p)

3. Bestäm alla lösningar till ekvationen $\sin x = 0{,}6$ i intervallet $0° < x < 450°$ (2p)

4. Beräkna integralen $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x\, dx$ med hjälp av primitiv funktion. (2p)

5. Teckna ett integraluttryck för arean av det område som begränsas av kurvorna $y = 3x^2$ och $y = 16 - x^2$ samt beräkna denna area. (3p)

6.

En solig och vindstilla vinterdag är Helen och Lotta ute och åker långfärdsskridskor. Klockan 12.00 kommer de fram till Kappelskär. De vet att det tar 35 minuter att åka från Kappelskär till Sundskär och att det tar 60 minuter att åka från Kappelskär direkt till Furusund. Bussen från Furusund går kl. 14.30.

Vinkeln mellan siktlinjerna mot Sundskär och mot Furusund uppskattas till 105°. De bestämmer sig för att åka till Sundskär och fika och sedan åka raka vägen från Sundskär till Furusund. Hur lång fikapaus kan de ta och ändå hinna med bussen som går 14.30?
Vi förutsätter att Helen och Lotta färdas med konstant fart.

(3p)

7. Temperaturen i en sjö uppmättes under ett molnigt sommardygn. Temperaturen visade sig följa funktionen $y(t) = 15 + 2\sin 0{,}26t$ där t är antalet timmar efter kl. 12.00.

a) Bestäm $y'(t)$ *Endast svar fordras* (1p)

b) Beräkna $y'(10)$ *Endast svar fordras* (1p)

c) Tolka vad $y'(10)$ betyder för vattnets temperatur. (1p)

8. Visa att $y' - \dfrac{2y}{x} = x^2 \cos x$, då $y = x^2 \sin x$ (2p)

9. Låt $g(x)=\int_0^x \frac{1}{1+t^2}\,dt$

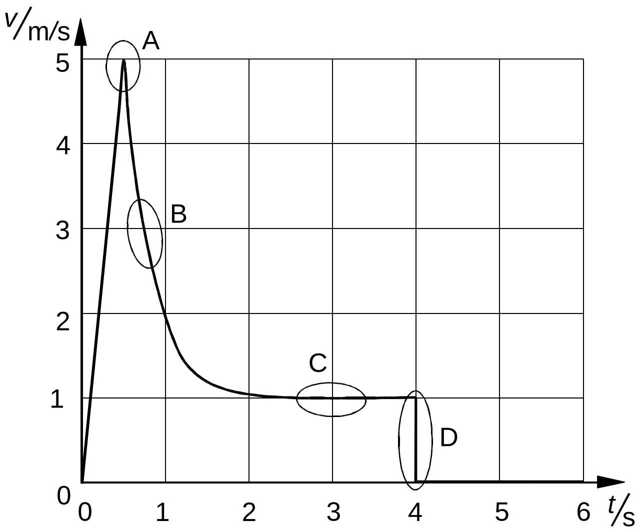
a) Tolka med figur vad $g(3)$ kan betyda. (2p)

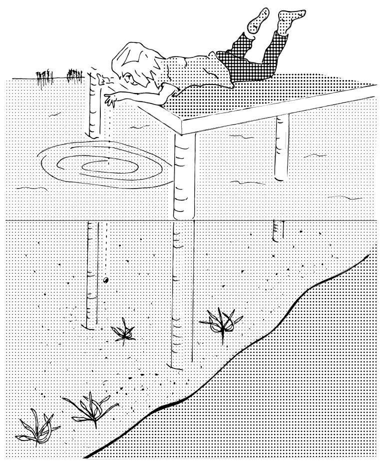
b) Bestäm med hjälp av din räknare ett närmevärde till $g(3)$.
Endast svar fordras (1p)

10. Visa hur sambandet $\cos 2A = 2\cos^2 A - 1$ kan fås ur likheterna
$\cos(u+v)=\cos u\cos v-\sin u\sin v$ och $\sin^2 u+\cos^2 u=1$ (2p)

11. Bestäm den positiva konstanten A i funktionen $f(x)=5+A\sin 3x$ så att funktionens största värde blir dubbelt så stort som dess minsta värde. (2p)

12. En stenkula släpps en bit ovanför en vattenyta. Grafen nedan visar hur stenens hastighet v m/s varierar med tiden t sekunder från det ögonblick då den släpps.



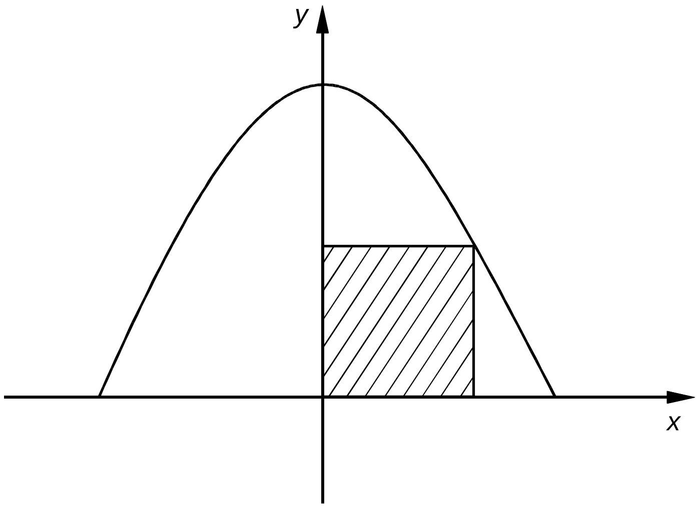


a) Beskriv vad som händer med stenkulan i A, B, C och D. (2p)

b) Hur högt ovanför vattenytan släpptes stenen? (1p)

c) Stenkulans hastighet $v(t)$ m/s i vattnet kan beskrivas med funktionen $v(t)=1+18e^{-3t}$. Bestäm vattendjupet där stenkulan släpps. Ge svaret i meter med två decimaler. (2p)

13. Figuren visar en kvadrat och grafen till en funktion. Välj en trigonometrisk funktion vars graf liknar den i figuren och bestäm kvadratens area för den funktion du valt. (3p)



14. Funktionerna f och g är deriverbara.

Man bildar en ny funktion $h(x) = \left(f(x)\right)^2 + \left(g(x)\right)^2$

För funktionerna f och g gäller

- $f(0) = 2$ och $g(0) = 1$
- $f'(x) = g(x)$ och $g'(x) = -f(x)$

Bestäm $h'(x)$ och använd resultatet till att visa att $h(x) = 5$ för alla x. (4p)

NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS D VÅREN 1999

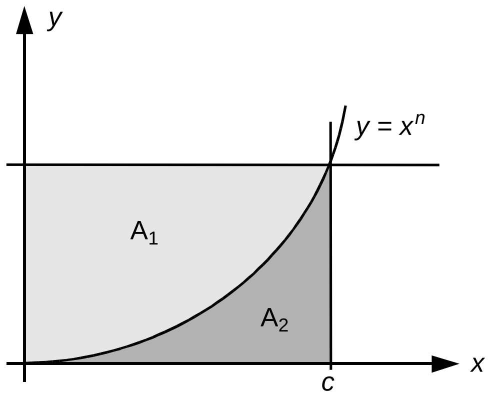
Breddningsdel

Anvisningar

Provperiod	Vecka 4 - 22 1999.
Provtid	Enligt beslut vid skolan (60 min rekommenderas).
Hjälpmedel	Grafritande räknare och formelsamling.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn, komvux/gymnasieprogram och födelsedatum på de papper du lämnar in.
Provet	Provet innehåller två alternativa uppgifter varav en väljs. Frågorna i uppgiften kan vara sådana att du själv måste ta ställning till de möjliga tolkningarna. Du skall redovisa de utgångspunkter som ligger till grund för dina beräkningar och slutsatser. Vid redovisning av grafiska lösningar där grafritande räknare använts skall du redovisa i enlighet med de anvisningar och metoder du och din lärare kommit överens om. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning. Till varje uppgift finns en beskrivning av vad läraren kan ta hänsyn till vid bedömning av ditt arbete. Om något är oklart fråga din lärare.
Arbetsformer	Ansvarig lärare informerar om de arbetsformer som gäller för breddningsdelen i provet.

1. POTENSFUNKTIONER OCH AREOR

Figuren föreställer grafen till en funktion $y = x^n$, $x \geq 0$, där n är ett reellt tal större än noll. Från den punkt på kurvan där x-koordinaten är c (c är en positiv konstant) dras linjer parallellt med de båda koordinataxlarna. Dessa linjer avgränsar tillsammans med koordinataxlarna och grafen två områden med areorna A_1 respektive A_2.



1. a) Sätt $n = 2$ och undersök för några olika värden på c vad kvoten $\frac{A_1}{A_2}$ blir. Formulera en slutsats.

b) Visa att din slutsats gäller för alla värden på c när $n = 2$.

2. a) Sätt $c = 1$ och undersök för några olika värden på n vad kvoten $\frac{A_1}{A_2}$ blir. Formulera en slutsats.

b) Visa att din slutsats gäller för alla värden på n när $c = 1$.

3. Låt nu både c och n variera. Formulera en slutsats om kvoten $\frac{A_1}{A_2}$ och visa att din slutsats gäller för alla värden på c och n.

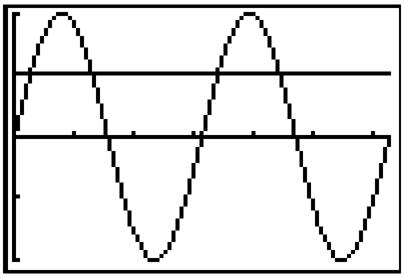
Vid bedömning av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur systematisk du är i din undersökning.
- hur väl du redovisar ditt arbete och motiverar dina resultat.
- hur väl du formulerar dina slutsatser.
- hur väl du visar att dina slutsatser gäller allmänt.

2. TRIGONOMETRISKA EKVATIONER

I denna uppgift ska du studera trigonometriska ekvationer av typen $a\sin kx = b$ då $0^\circ \le x \le 360^\circ$. Antalet lösningar till ekvationen beror på vilka värden på *a*, *k* och *b* som används.

Om t.ex. $a = 2$, $b = 1$ och $k = 2$ så får vi ekvationen $2\sin 2x = 1$. Vi kan grafiskt eller algebraiskt visa att den ekvationen har *fyra* lösningar i intervallet $0^\circ \le x \le 360^\circ$.

Som en del av motiveringen till en grafisk lösning till ekvationen $2\sin 2x = 1$ kan en skiss av räknarens fönster ingå.



1. a) Beskriv hur du med hjälp av grafritande räknare kan bestämma antalet lösningar till ekvationen $10\sin x = b$ då $b = -5$ $(0^\circ \le x \le 360^\circ)$.

b) Bestäm samtliga värden på *b* för vilka ekvationen $10\sin x = b$ har två lösningar i intervallet $0^\circ \le x \le 360^\circ$.

2. Undersök hur antalet lösningar till ekvationen $a\sin x = 3$ varierar med valet av konstanten *a* $(0^\circ \le x \le 360^\circ)$.

3. Undersök hur antalet lösningar till ekvationen $a\sin kx = 3$ varierar med valet av konstanterna *a* och *k*, när *k* är ett positivt heltal $(0^\circ \le x \le 360^\circ)$.

Vid bedömning av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:
• hur systematisk du är i din undersökning.
• hur väl du redovisar ditt arbete.
• hur väl du motiverar dina slutsatser.