Innehåll

Förord

Kom ihåg
- Matematik är att vara tydlig och logisk
- Använd text och inte bara formler
- Rita figur (om det är lämpligt)
- Förklara införda beteckningar

Du ska visa att du kan
- Formulera och utvecklar problem, använda generella metoder/modeller vid problemlösning.
- Analysera och tolka resultat, dra slutsatser samt bedöma rimlighet.
- Genomföra bevis och analysera matematiska resonemang.
- Värdera och jämföra metoder/modeller.
- Redovisa välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.

NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS D HÖSTEN 2007

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.
Hjälpmedel	**Del I:** ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C och D”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* **Del II:** Grafritande eller symbolhanterande räknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C och D”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. *Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete med Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
Provet	Provet består av totalt 17 uppgifter. **Del I** består av 9 uppgifter och **Del II** av 8 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 17 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 45 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna. Undre gräns för provbetyget Godkänt: 13 poäng. Väl godkänt: 26 poäng varav minst 8 vg-poäng. Mycket väl godkänt: 26 poäng varav minst 15 vg-poäng. Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de ¤-märkta uppgifterna ger möjlighet att visa.

Del I

Denna del består av 9 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

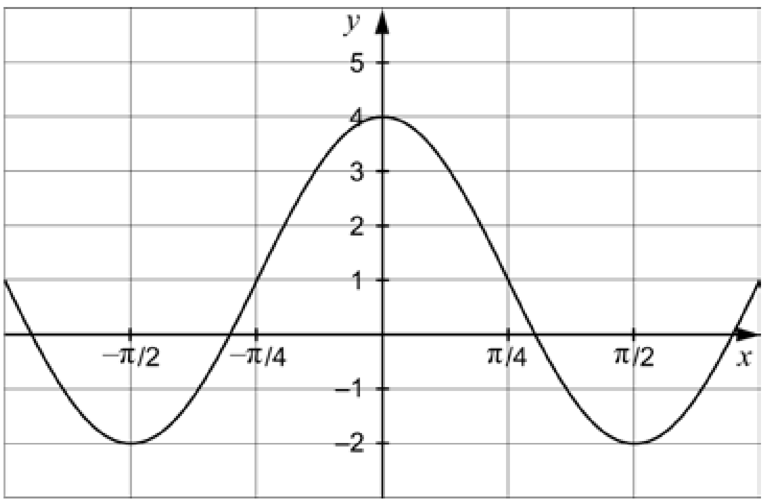
1. Bestäm en primitiv funktion *F* till $f(x) = 3x^2 + 6$ *Endast svar fordras* (1/0)

2. Derivera

a) $f(x) = \sin 2x - \sin x$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) $g(x) = \ln(2x+1)$ *Endast svar fordras* (0/1)

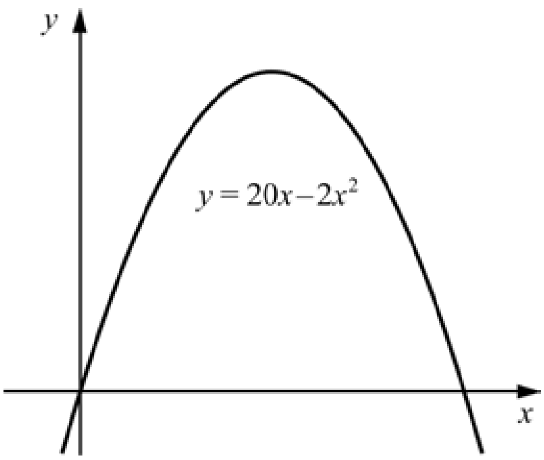
3. Kurvan nedan kan skrivas på formen $y = A\cos kx + b$



a) Bestäm värdet på konstanterna *A* och *b*. *Endast svar fordras* (2/0)

b) Bestäm värdet på konstanten *k* (0/1)

4. Beräkna det exakta värdet av arean av det område som begränsas av kurvan $y = 20x - 2x^2$ och x-axeln. (3/0)



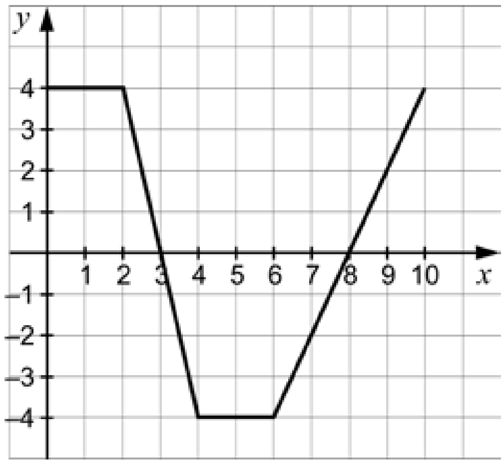
5. Bestäm $\sin(x + \pi)$ om $\sin x = 0{,}63$ (0/1)

6. Beräkna $\int_0^{\pi/4} \sin 2x \, dx$ (2/0)

7. Bestäm samtliga lösningar till ekvationen $f'(x) = 0$ i intervallet $0 \le x \le \pi$ då $f(x) = 2x + \cos 4x$ (1/2)

8. Förenkla $\cos 2x + \sin^4 x - \cos^4 x$ så långt som möjligt. (0/2)

9. I figuren är grafen till funktionen $y = f(x)$, $0 \le x \le 10$ ritad. Man bildar en funktion g som definieras som $g(t) = \int_0^t f(x)\,dx$ för $0 \le t \le 10$



a) Beräkna $g(3)$ (0/1)

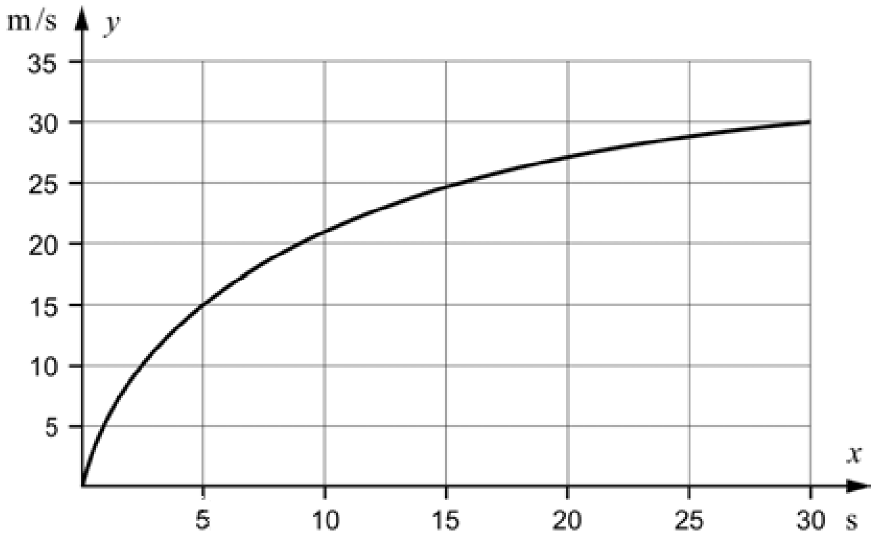
b) Bestäm t så att $g(t) = 0$ (0/2/¤)

Del II

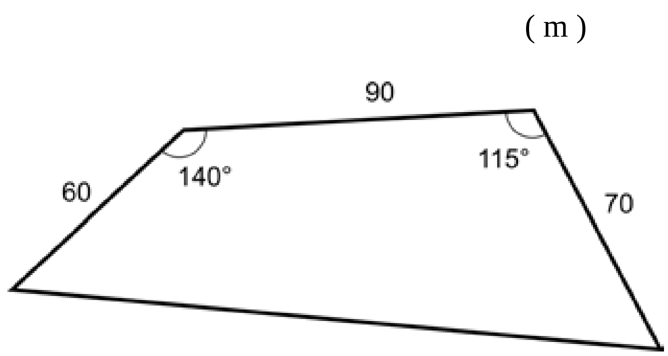
Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

10. I en triangel *ABC* är vinkel $A = 64{,}4°$ och vinkel $B = 41{,}4°$. Sidan *AC* är 137 cm. Beräkna längden av sidan *BC*. (2/0)

11. Figuren visar hastighetsgrafen för en bil som accelererar från stillastående till hastigheten 30 m/s under en tidsperiod på 30 s. Uppskatta den sträcka bilen färdas under denna tidsperiod. (2/0)



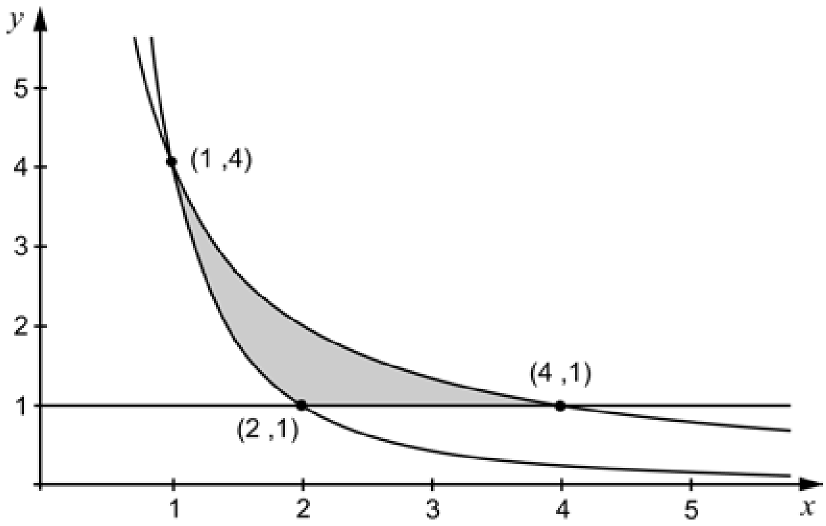
12. Ett skogsområde med mått enligt figuren nedan har avverkats. Skogsägaren har en skyldighet att återplantera det hygge som uppstått med granplantor. Det behövs ungefär 2500 plantor per hektar avverkad skog.
1 hektar = 10 000 m^2



Hur många plantor behöver skogsägaren till återplanteringen? (3/0)

13. Figuren visar ett område som begränsas av kurvorna $y = \dfrac{4}{x}$ och $y = \dfrac{4}{x^2}$ samt linjen $y = 1$

Teckna ett uttryck för arean av området med hjälp integraler. Arean behöver inte beräknas. *Endast svar fordras* (0/2)



14. En sjukdom sprider sig under några veckor i en större stad. Sjukdomens spridning kan beskrivas med den matematiska modellen

$$y = 100 \cdot x^2 \cdot 0{,}9^x + 1$$

där y är antalet sjuka x dygn efter att den första personen insjuknat.

a) Bestäm ett närmevärde till $y'(10)$ och tolka resultatet. (1/1)

b) När ökar antalet sjuka som snabbast? (0/2)

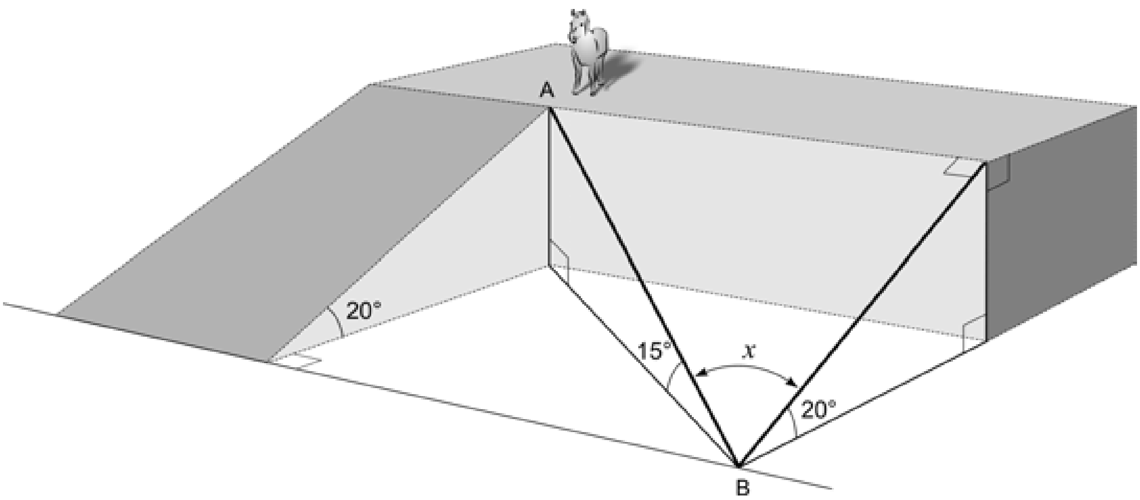
15. Om polynomfunktionen f vet man följande:

- $f'(0) = 1$
- $f'(3) = -3$
- $f''(x) < 0$ för $x > 0$

Vilka slutsatser kan dras beträffande extrempunkter till f i intervallet $x > 0$? (0/2/¤)

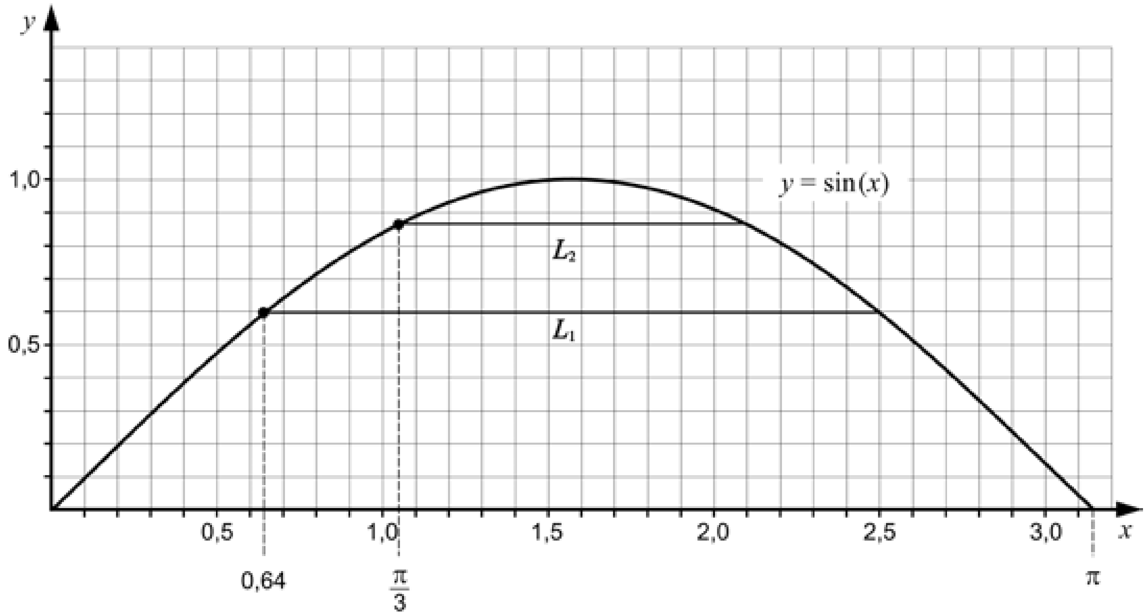
16. På en bergssida som lutar $20°$ mot horisontalplanet vill man anlägga en ridväg. För att minska vägens lutning och underlätta för hästar att gå uppför sluttningen lägger man ridvägen snett uppåt.

Beräkna vinkeln *x* så att lutningen på ridvägen *AB* blir 15°. Se figur. (0/3/¤)



Vid bedömning av ditt arbete med uppgiften kommer läraren att ta hänsyn till:
- Hur väl du utför dina beräkningar
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

17. I figuren nedan är kurvan till $y = \sin x$ ritad i intervallet $0 \le x \le \pi$



Två kordor är dragna parallellt med *x*-axeln. Kordorna har längderna L_1 respektive L_2 längdenheter.

Din uppgift är att undersöka en egenskap som är gemensam för de linjer som konstrueras med den metod som beskrivs nedan.

- Börja med att avläsa längden L_1. Beräkna $\sin\left(\frac{L_1}{2}\right)$. Rita sedan i figuren ovan en rät linje som har lutningen $k_1 = \sin\left(\frac{L_1}{2}\right)$ och som går genom kordans vänstra ändpunkt.

- Beräkna exakt kordans längd L_2 när den vänstra ändpunkten har *x*-koordinaten $x = \frac{\pi}{3}$.
  Bestäm också exakt $\sin\left(\frac{L_2}{2}\right)$. Rita sedan en rät linje som har lutningen $k_2 = \sin\left(\frac{L_2}{2}\right)$ och som går genom denna kordas vänstra ändpunkt.

Räta linjer som konstrueras med ovan angivna metod har en gemensam egenskap.

- Beskriv denna egenskap.

- Gäller denna egenskap för alla linjer som konstrueras med ovan angivna metod?

(3/4/¤)