Innehåll

Förord

Kom ihåg
- Matematik är att vara tydlig och logisk
- Använd text och inte bara formler
- Rita figur (om det är lämpligt)
- Förklara införda beteckningar

Du ska visa att du kan
- Formulera och utvecklar problem, använda generella metoder/modeller vid problemlösning.
- Analysera och tolka resultat, dra slutsatser samt bedöma rimlighet.
- Genomföra bevis och analysera matematiska resonemang.
- Värdera och jämföra metoder/modeller.
- Redovisa välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.

NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS D HÖSTEN 2006

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.
Hjälpmedel	**Del I:** ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C och D”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* **Del II:** Miniräknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C och D”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. *Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
Provet	Provet består av totalt 17 uppgifter. **Del I** består av 9 uppgifter och **Del II** av 8 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 17 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 44 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna.

Undre gräns för provbetyget

Godkänd:	13 poäng.
Väl godkänd:	26 poäng varav minst 6 vg-poäng.
Mycket väl godkänd:	26 poäng varav minst 13 vg-poäng. Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de ¤-märkta uppgifterna ger möjlighet att visa.

Del I

Denna del består av 9 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Bestäm en primitiv funktion F till $f(x) = 4x^3 - 4x$ *Endast svar fordras* (1/0)

2. Derivera

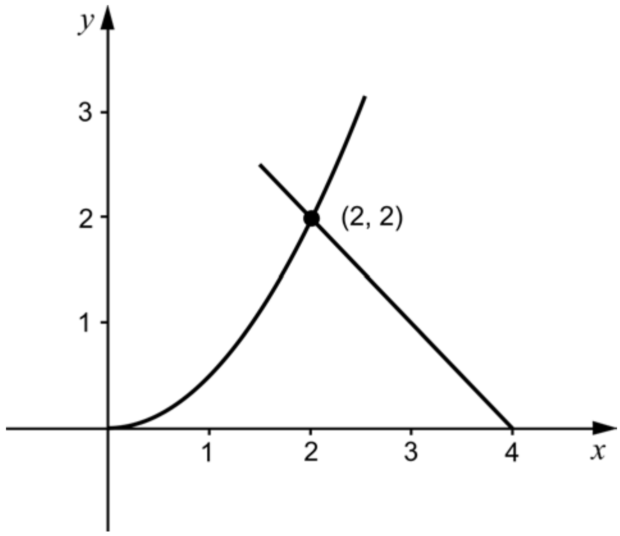
a) $f(x) = 2\cos 3x$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) $g(x) = x \cdot \sin x$ *Endast svar fordras* (1/0)

3. Beräkna $\int_1^2 (1 - x)\,\mathrm{d}x$ (2/0)

4. Bestäm $\cos 7\pi$ (2/0)

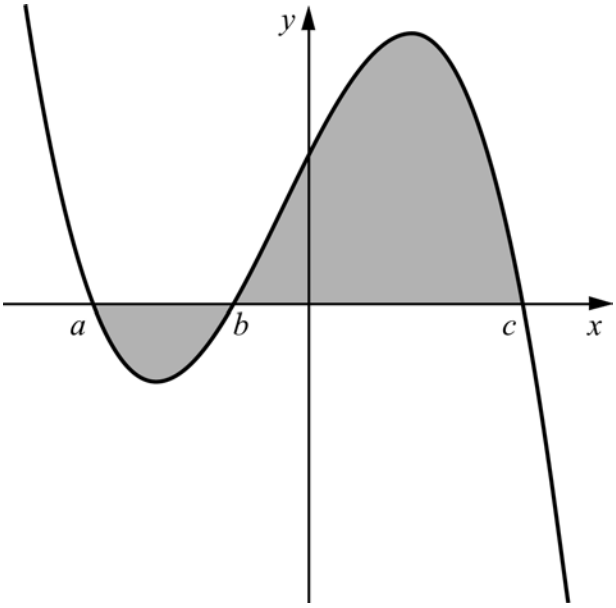
5. Figuren visar ett område som begränsas av kurvan $y = \dfrac{x^2}{2}$, linjen $y = 4 - x$ och x-axeln. Beräkna områdets area. (3/0)



6. En sinusfunktion f har amplituden 3 och perioden $\frac{\pi}{5}$

Bestäm ekvationen för funktionen på formen $f(x) = a\sin kx$ (1/1)

7. Figuren visar grafen till funktionen f



Vilket av alternativen A-E ger den sammanlagda arean av de områden som markerats i figuren?

Endast svar fordras (0/1)

A. $\int_a^c f(x)\,dx$

B. $\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx$

C. $-\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx$

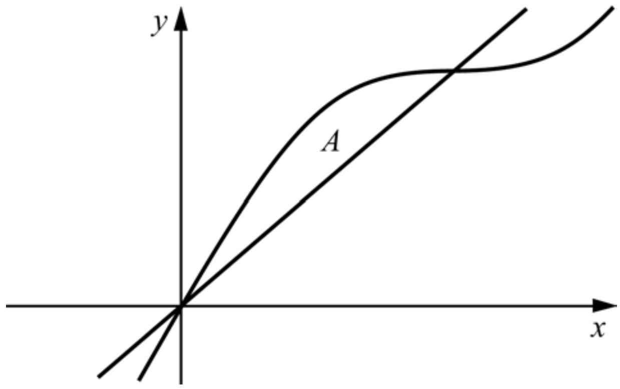
D. $-\int_a^0 f(x)\,dx + \int_0^c f(x)\,dx$

E. $-\int_a^b f(x)\,dx - \int_b^0 f(x)\,dx + \int_0^c f(x)\,dx$

8. Lös ekvationen $\cos\dfrac{x}{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ då $0 \le x \le 6\pi$ (1/2)

9. Figuren visar ett område *A* som begränsas av kurvorna $y = x + \sin x$ och $y = x$

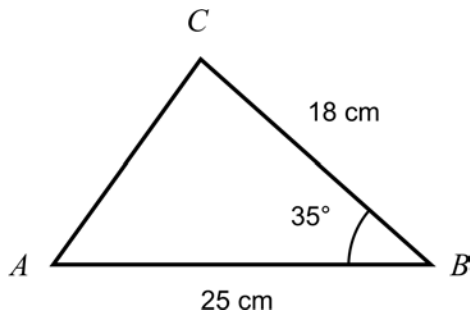
Beräkna *a* så att linjen *x* = *a* delar området *A* i två lika stora delar. (0/3/¤)



Del II

Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

10. Figuren visar triangeln *ABC*. Beräkna längden av sträckan *AC*.



(2/0)

11. Bestäm den primitiva funktion F till $f(x) = e^{2x} - 1$ som uppfyller villkoret $F(0) = 2$ (2/0)

12. I början av 1980-talet var fjällgåsen i det närmaste helt utrotad i Sverige. Naturvårdsverket startade år 1981 ”Projekt fjällgås” som gick ut på att rädda arten.

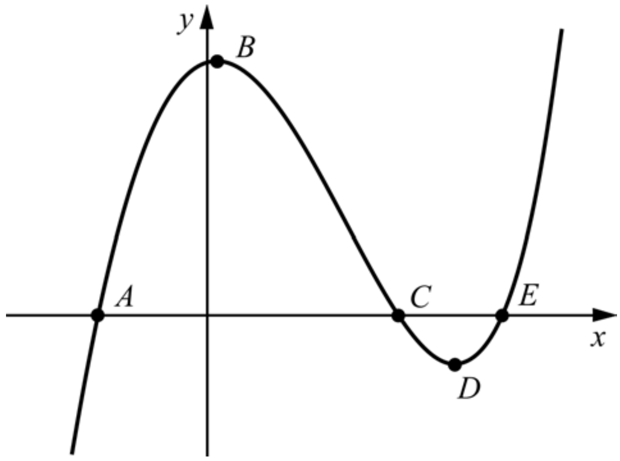
© Foto: Lars Göran Lindström

Efter en längre tid kunde situationen matematiskt beskrivas med differentialekvationen:

$\frac{dy}{dt} = 0{,}15 \cdot y$, där y är antalet fjällgäss vid tiden t år räknat från år 1999.

Förklara med egna ord innebörden av differentialekvationen i detta sammanhang. (1/1)

13. Figuren visar grafen till $f(x) = x^3 - 6x^2 + e^x + 8$



a) Bestäm en av lösningarna till ekvationen $f(x) = 0$
Svara med 3 decimalers noggrannhet. (1/0)

b) I vilken av de markerade punkterna gäller både att $f'(x) = 0$ och att $f''(x) > 0$? Förklara. (1/1)

14. Temperaturen y °C i ett hus, under ett dygn, kan beskrivas av funktionen

$$y(t) = 20 + 3 \cdot \sin \frac{\pi(t-8)}{12}$$

där t är tiden i timmar och där $t = 0$ motsvarar midnatt.

a) Mellan vilka värden varierar temperaturen i huset?
Endast svar fordras (1/0)

b) Vid vilken tidpunkt på dygnet ökar temperaturen som mest och med vilken hastighet sker detta? (0/3)

15. De styrande i ett land är osäkra på befolkningsutvecklingen i landet. De anlitar två olika konsulter för att de ska göra var sin prognos över befolkningsutvecklingen de kommande åren.

Den första konsulten anser att folkmängden kommer att växa med hastigheten $100e^{0,02t}$ tusen personer per år.

Den andra konsulten anser att folkmängden kommer att växa med hastigheten $100+0,2t+0,02t^2$ tusen personer per år.

I båda prognoserna är t tiden i år räknat från början av år 2000.

Prognoserna ger olika besked om hur mycket befolkningen kommer att öka. Hur stor är skillnaden i folkmängd mellan de båda prognoserna i början av år 2015? (0/3)

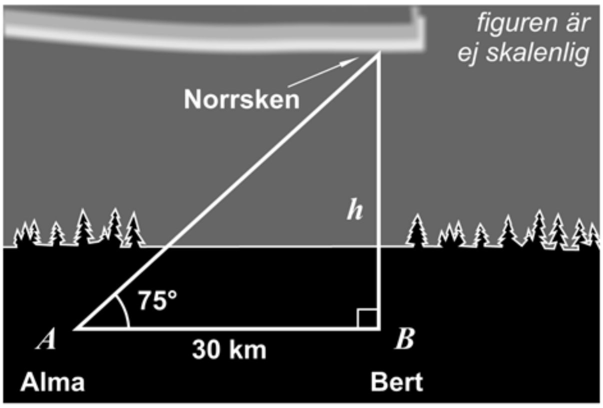
16. Visa med hjälp av derivata att ekvationen $4\tan x - 2,5 = 8x$ har exakt **en** rot i intervallet $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ (0/3/¤)

Vid bedömning av ditt arbete med uppgiften kommer läraren att ta hänsyn till:
- Hur väl du utför dina beräkningar
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

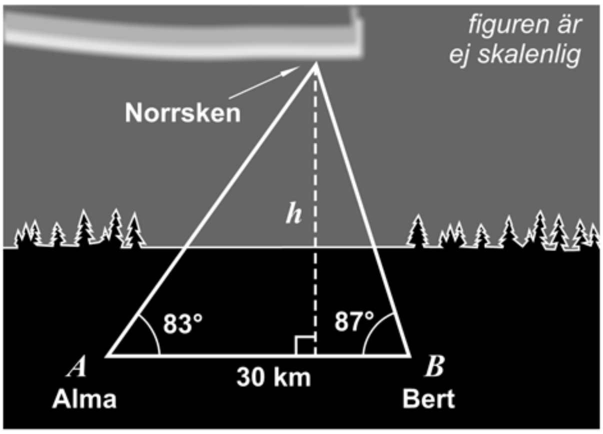
17. Alma ser en kväll ett vackert norrsken i skyn rakt norrut. Hon mäter höjdvinkeln till 75° med sin gradskiva, se figur nedan.

Hon tittar på kartan och upptäcker att klasskompisen Bert bor rakt norr om henne på avståndet 30 km. Hon ringer Bert och berättar om norrskenet. Bert ser samma norrsken men rakt ovanför sig, se figur.

- På vilken höjd, *h*, låg norrskenet? Jordytan kan betraktas som plan vid beräkningarna.



- En annan kväll ser Alma och Bert återigen ett norrsken och mäter samtidigt den höjdvinkel som de observerar norrskenet på. Vinklarna de mäter är $A = 83°$ i nordlig riktning respektive $B = 87°$ i sydlig riktning, se figur nedan. På vilken höjd, *h*, ligger norrskenet denna gång?



- Alma och Bert bestämmer sig för att ägna sitt kommande projektarbete åt norrsken. De vill hitta en formel som direkt ger höjden om man matar in uppmätta värden på vinklarna *A* och *B*. Härled en lämplig formel i förenklad form.

- Gäller formeln även om norrskenet befinner sig norr om Bert så att vinkeln *B* är trubbig? Motivera ditt svar. (3/3/¤)