Innehåll

Förord

Kom ihåg
- Matematik är att vara tydlig och logisk
- Använd text och inte bara formler
- Rita figur (om det är lämpligt)
- Förklara införda beteckningar

Du ska visa att du kan
- Formulera och utvecklar problem, använda generella metoder/modeller vid problemlösning.
- Analysera och tolka resultat, dra slutsatser samt bedöma rimlighet.
- Genomföra bevis och analysera matematiska resonemang.
- Värdera och jämföra metoder/modeller.
- Redovisa välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.

NATIONELLT KURSPROV I
MATEMATIK KURS D
HÖSTEN 2003

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.
Hjälpmedel	**Del I:** ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C, D och E”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* **Del II:** Miniräknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C, D och E”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. *Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
Provet	Provet består av totalt 16 uppgifter. **Del I** består av 7 uppgifter och **Del II** av 9 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 16 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 42 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna i betygskriterier 2000. Undre gräns för provbetyget Godkänd: 11 poäng. Väl godkänd: 25 poäng varav minst 7 vg-poäng. Mycket väl godkänd: 25 poäng varav minst 12 vg-poäng. Du ska dessutom ha visat *MVG-kvaliteter i en* av ¤-uppgifterna.

Namn: ______________________________ Skola: ______________________________

Komvux/gymnasieprogram: ____

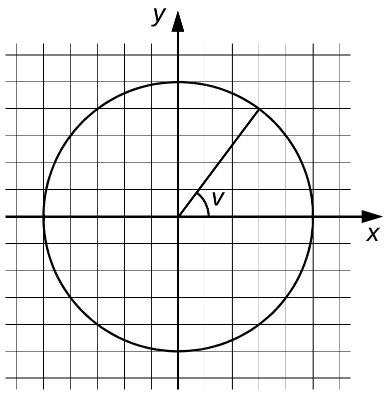
Del I

Denna del består av 7 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Hur många grader motsvarar $\frac{\pi}{5}$ radianer? *Endast svar fordras* (1/0)

2. Beräkna integralen $\int_0^2 (3x^2 + 2)\mathrm{d}x$ (2/0)

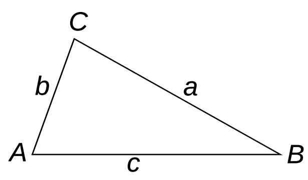
3. Figuren visar en enhetscirkel.



a) Bestäm $\cos v$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) Bestäm $\cos(\pi - v)$ *Endast svar fordras* (1/0)

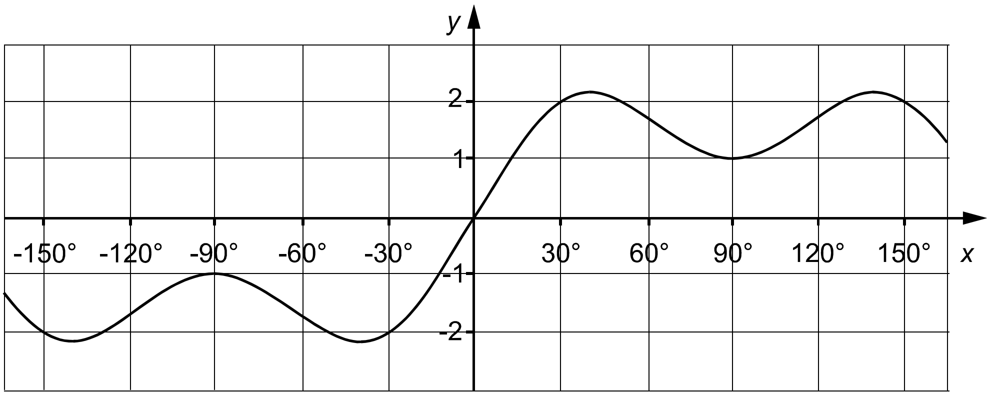
4. Bestäm möjliga värden på vinkeln C om arean av triangeln ABC är $\frac{ab}{4}$



(3/0)

5. Figuren visar grafen till funktionen $y = 2\sin x + \sin ax$
där *a* är *ett* heltal i intervallet $1 \leq a \leq 10$

Bestäm detta värde på *a*. (1/1)



6. En funktion f har andraderivatan $f''(x) = \cos 2x$. Funktionen har en extrempunkt med koordinaterna $\left(\dfrac{\pi}{2}, -1\right)$

a) Avgör om den givna extrempunkten är en maximi- eller minimipunkt. (1/0)

b) Bestäm funktionen f. (0/2)

7. Kurvan $y = (2x + a)e^x$ har en tangent parallell med *x*-axeln i den punkt där kurvan skär *y*-axeln. Bestäm konstanten *a*. (0/2)

Del II

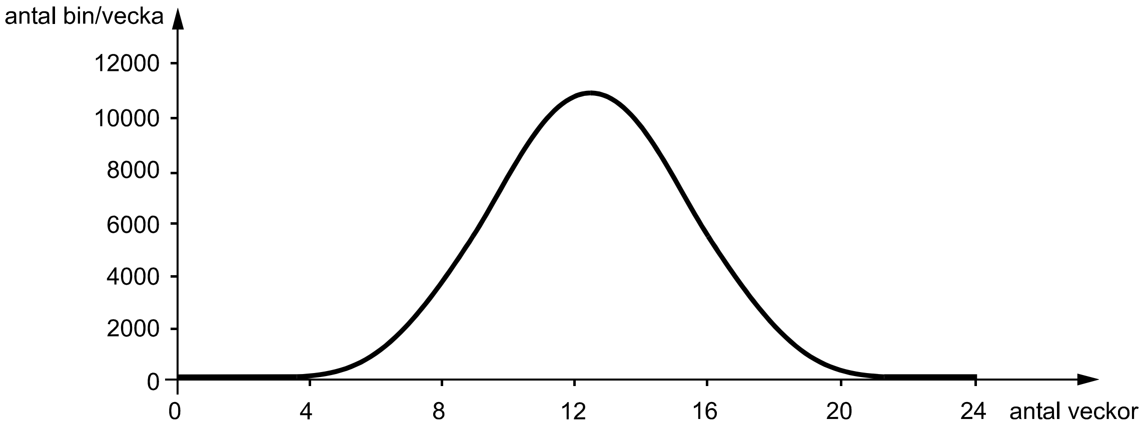
Denna del består av 9 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

8. Ange den primitiva funktion F till $f(x) = 6x^2 - 7$ som uppfyller villkoret $F(2) = 4$ (2/0)

9. Beräkna arean av det område som begränsas av kurvorna $f(x) = 3x^2 - 3x$ och $g(x) = 9x - 3x^2$ (3/0)

10. Den hastighet som antalet bin i ett bisamhälle ökar med per vecka framgår av figuren. Arean under grafen kan beräknas med en integral.

Tolka innebörden av integralens värde. (0/2)



11.

Avsvalningen hos keramikugnen på Bessemergymnasiet kan beskrivas med differentialekvationen $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + 0{,}12y = 2{,}4$
där y är temperaturen i grader Celsius och t är tiden i timmar.

a) Visa att $y = 900 \cdot \mathrm{e}^{-0{,}12 \cdot t} + 20$ är en lösning till $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + 0{,}12y = 2{,}4$ (2/0)

Ugnens temperatur var 920 °C när den stängdes av klockan 16.00. När temperaturen sjunkit till ungefär 100 °C kan man ta ut keramikgodset ur ugnen.

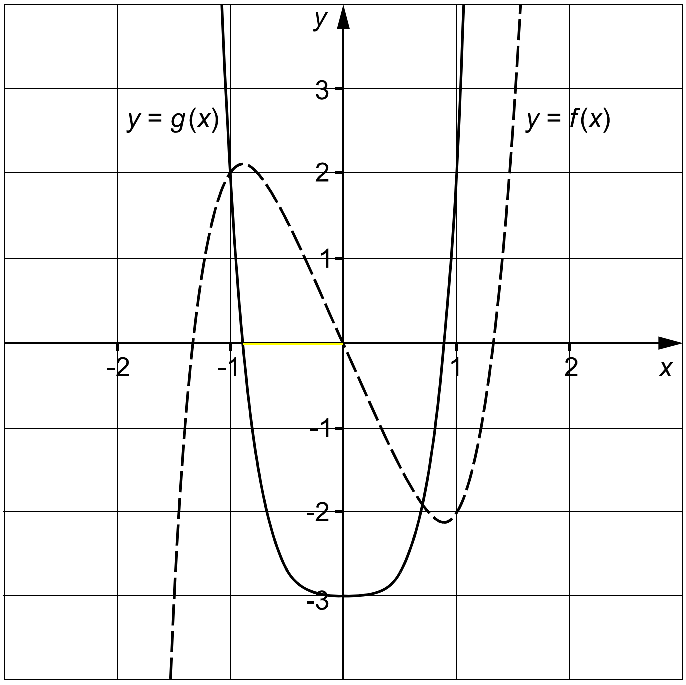
b) Efter hur lång tid har temperaturen i ugnen sjunkit till 100 °C? (2/0)

12. Sätt $p = \cos x + \sin x$ och $q = \cos x - \sin x$

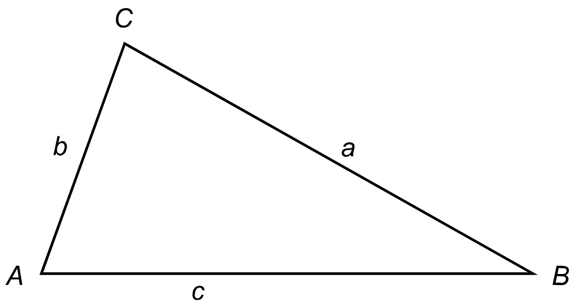
Visa att värdet av uttrycket $(p+q)^2 + (p-q)^2$ är oberoende av värdet på x. (0/2)

13. I bilden nedan återges grafen till en funktion och dess derivata.

Beräkna $\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x$ (0/2)

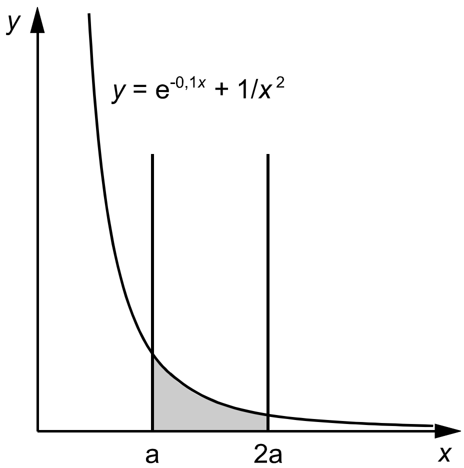


14. I triangeln *ABC* är vinklarna *A* och *B* spetsiga.



Visa, utan att använda sinussatsen, att $b \sin A = a \sin B$ (0/2/¤)

15.



Det markerade området i figuren begränsas av kurvan

$y = e^{-0,1x} + \frac{1}{x^2}$, x-axeln samt linjerna $x = a$ och $x = 2a$, $a > 0$

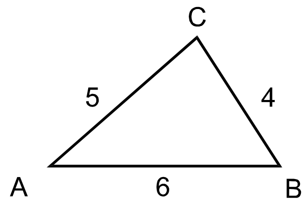
Bestäm för vilket värde på a som områdets area har ett lokalt maximum.
Svara med två värdesiffror. (1/2)

Vid bedömning av ditt arbete med följande uppgift kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur väl du redovisar ditt arbete
- hur systematisk du är i din undersökning
- hur väl du motiverar dina resultat
- hur väl du använder det matematiska språket

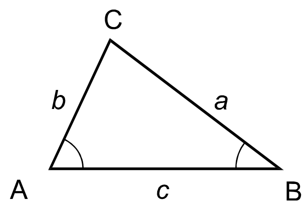
16. Att *solvera* en triangel innebär att bestämma alla vinklar och sidor i triangeln. För att kunna solvera en triangel måste man ha tillräcklig information om triangelns sidor och vinklar.

- I triangeln nedan är alla sidorna kända. Solvera triangeln.



- I en annan triangel är vinklarna A och B kända.

Vad måste man veta ytterligare för att kunna solvera triangeln?
Beskriv med ord hur du skulle göra för att solvera triangeln.



- I första fallet känner du till alla sidorna och kan då solvera triangeln. I andra fallet känner du till två vinklar och kan genom att lägga till information solvera triangeln.

Vilka andra fall kan förekomma?
Beskriv hur du kan solvera triangeln i dessa fall. (3/4/¤)