Innehåll

Förord

Kom ihåg
- Matematik är att vara tydlig och logisk
- Använd text och inte bara formler
- Rita figur (om det är lämpligt)
- Förklara införda beteckningar

Du ska visa att du kan
- Formulera och utvecklar problem, använda generella metoder/modeller vid problemlösning.
- Analysera och tolka resultat, dra slutsatser samt bedöma rimlighet.
- Genomföra bevis och analysera matematiska resonemang.
- Värdera och jämföra metoder/modeller.
- Redovisa välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.

NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS D HÖSTEN 1997

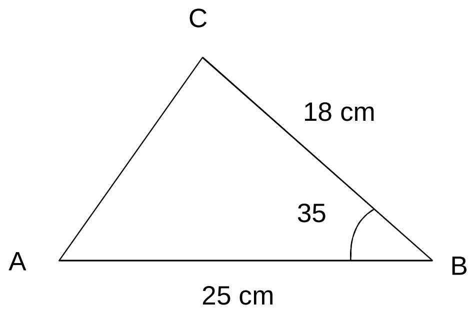
Tidsbunden del

Anvisningar

Provperiod	4 december - 18 december 1997
Provtid	180 minuter utan rast.
Hjälpmedel	Miniräknare (grafritande men ej symbolhanterande) och formelsamling.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn, komvux/gymnasieprogram och födelsedatum på de papper du lämnar in.
Provet	Provet består av 15 uppgifter. De flesta uppgifterna är av *långsvarstyp* där det inte räcker med bara ett kort svar utan där det krävs • att du skriver ned vad du gör • att du förklarar dina tankegångar, • att du ritar figurer vid behov • att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel Till några uppgifter (där det står ”*Endast svar fordras*”) behöver bara svaret anges. Pröva på alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning.
Betygsgränser	Ansvarig lärare meddelar de gränser som gäller för betygen ”Godkänd” och ”Väl Godkänd”. Provet ger maximalt 45 poäng.

1. Bestäm $f'(x)$ om
   a) $f(x) = 5\sin x$ b) $f(x) = 4\cos 5x$ *Endast svar fordras* (2p)

2. ABC är en triangel som figuren visar. Beräkna längden av sträckan AC.

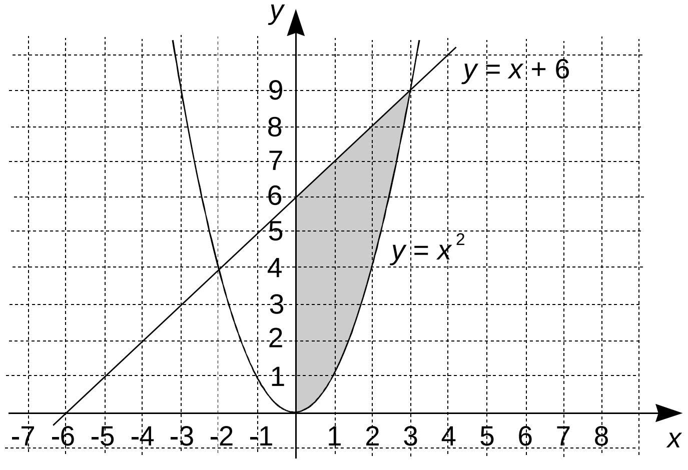


(2p)

3. Beräkna med hjälp av primitiv funktion ett exakt värde på integralen $\int_1^3 \frac{x^2}{3}\,dx$ (2p)

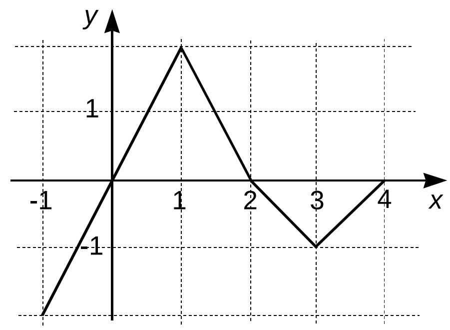
4. I en triangel ABC är vinkel A 64,4° och vinkel B 41,4°. Sidan AC är 137 cm. Hur lång är sidan BC? (3p)

5. Ställ upp ett uttryck för exakt beräkning av det skuggade områdets area. Arean behöver inte beräknas. (2p)



6. Figuren visar grafen till funktionen $y = f(x)$.
Beräkna värdet av integralen

$$\int_0^3 f(x)dx$$

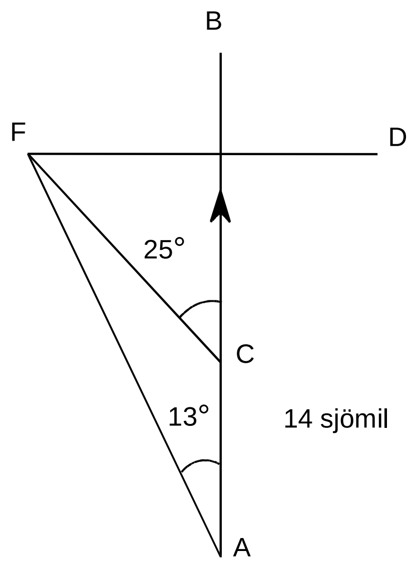


(2p)

7. Lös ekvationen $1 + \cos x = 2$. (2p)

8. Undersök grafiskt och visa med en enkel skiss om det finns några v så att
$2\sin\left(v + 12^\circ\right) = \cos\left(v + 23^\circ\right)$ för $0^\circ < v < 180^\circ$.
Ange i så fall detta/dessa värden. (3p)

9. Ett fartyg rör sig enligt figuren från A mot B. F är en fyr och vinklarna 13° och 25° är de vinklar som uppmätts mellan fartygets rörelseriktning och fyren i punkterna A respektive C. Avståndet mellan A och C är 14 sjömil. Utefter FD som är vinkelrät mot AB ligger ett grund 8 sjömil från F. Kommer fartyget att gå på grundet? (3p)



OBS! Figuren är inte skalenlig.

10. En skridskoåkare hamnade i en vak och kroppstemperaturen sjönk då snabbt. Vi antar att den hastighet med vilken temperaturen, y °C, ändrades var proportionell mot kroppstemperaturen, enligt

$\frac{dy}{dt} = -0{,}011 \cdot y$ där t är tiden i minuter som personen varit i vattnet.

a) Visa att $y = 37 \cdot e^{-0{,}011t}$ är en lösning till $\frac{dy}{dt} = -0{,}011 \cdot y$ (2p)

b) Efter hur lång tid har åkarens kroppstemperatur sjunkit från 37 °C till 31 °C? (2p)

c) Med vilken hastighet ändras kroppstemperaturen 5 minuter efter det att en person med temperaturen 37 °C fallit i vaken? (2p)

11. Visa att $y = \cos x \cdot \sin x$ satisfierar $2y - y' \cdot \tan 2x = 0$. (3p)

12. Figuren visar grafen till funktionen $y = f(t)$ $0 \le t \le 9$

Låt $g(x) = \int_0^x f(t)dt$ (se figur)

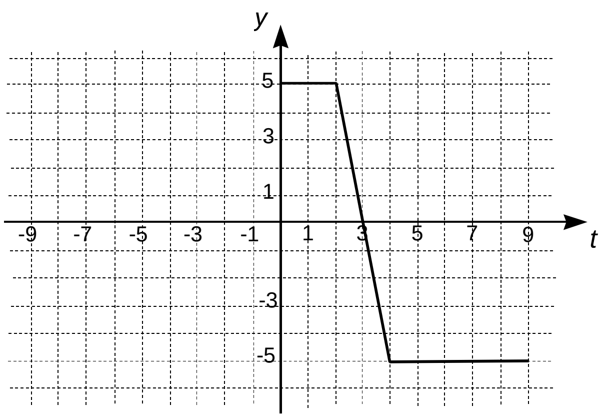
Endast svar fordras på nedanstående fyra uppgifter.

a) Bestäm $g(2)$.

b) Bestäm största värdet av $g(x)$.

c) Har funktionen $g(x)$ några nollställen i intervallet $0 \le x \le 9$? I så fall vilket/vilka?

d) För vilka x är $g(x)$ negativ?



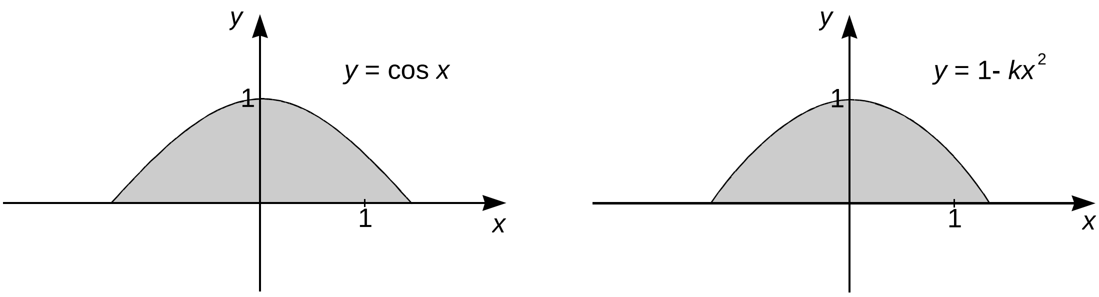
(4p)

13. Trafikflödet in till en tätort kan approximativt beskrivas med följande matematiska modell

$$y = 108\sin\frac{\pi x}{12} + 320$$

där y är antalet bilar/timme och x är antalet timmar efter klockan 7.00. Hur många bilar passerar in till tätorten mellan klockan 7.00 och 17.00? (3p)

14. Funktionen $y = \cos x$ approximeras med $y = 1 - kx^2$ så att areorna enligt nedanstående figur blir lika. Bestäm konstanten k. (4p)

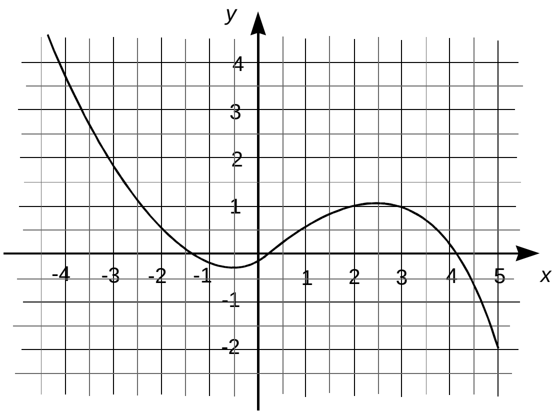


15. I figurerna återges graferna till $y = f(x)$ och $y = g(x)$ samt derivatorna till dessa.
Man bildar en ny funktion $h(x) = f\left(g(x)\right)$.
Använd figurerna för att bestämma

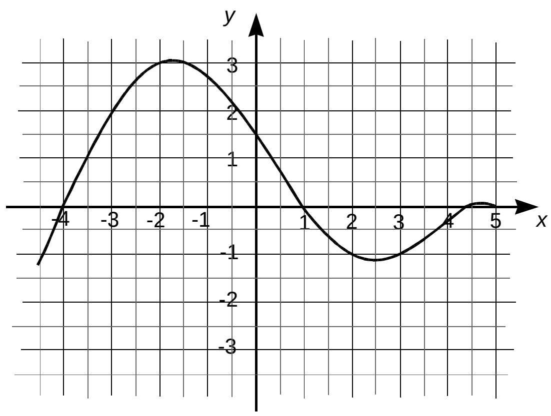
a) $h(-2)$ (2 p)

b) $h'(-2)$ (2 p)

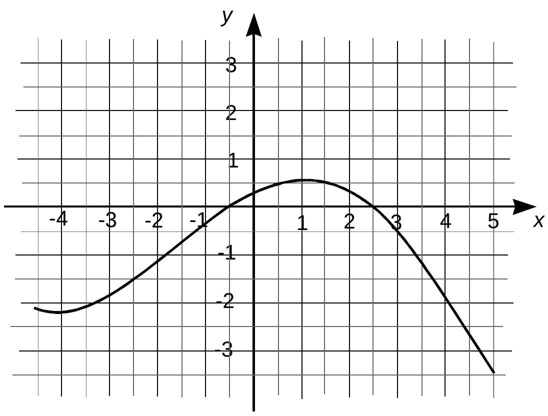
$y = f(x)$



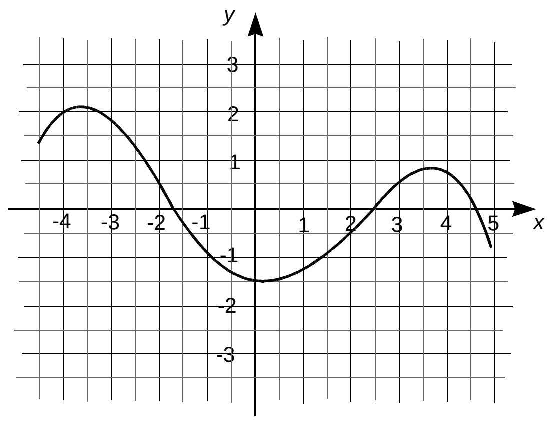
$y = g(x)$



$y = f'(x)$



$y = g'(x)$



NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS D HÖSTEN 1997

Breddningsdel

Anvisningar

Provperiod	Vecka 48 - 51.
Provtid	Enligt beslut vid skolan men minst 60 minuter (under normal lektionstid).
Hjälpmedel	Enligt lokalt beslut vid skolan.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn, komvux/gymnasieprogram och födelsedatum på de papper du lämnar in.
Provet	Breddningsdelen innehåller två alternativa uppgifter varav **du väljer en uppgift.** Frågorna i uppgiften kan vara sådana att du själv måste ta ställning till de möjliga tolkningarna. Du skall redovisa de utgångspunkter som ligger till grund för dina beräkningar och slutsatser. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning. Till varje uppgift finns en beskrivning av vad läraren kan ta hänsyn till vid bedömning av ditt arbete. Om något är oklart fråga din lärare.
Arbetsformer	Ansvarig lärare informerar om de arbetsformer som gäller för breddningsdelen i provet. Redovisning av uppgifterna sker individuellt.

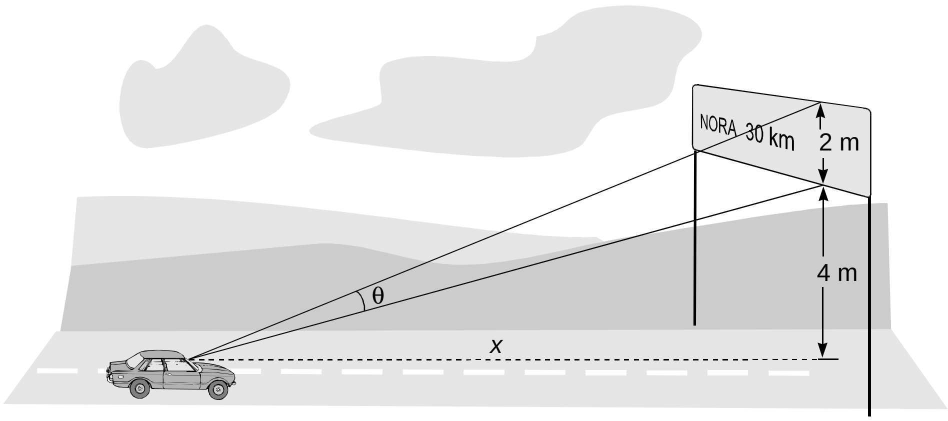
NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS D HÖSTEN 1997

Breddningsdel

Anvisningar

Provperiod	Vecka 48 - 51.
Provtid	Enligt beslut vid skolan men minst 60 minuter (under normal lektionstid).
Hjälpmedel	Enligt lokalt beslut vid skolan.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn, komvux/gymnasieprogram och födelsedatum på de papper du lämnar in.
Provet	Breddningsdelen innehåller två alternativa uppgifter varav **du väljer en uppgift.** Frågorna i uppgiften kan vara sådana att du själv måste ta ställning till de möjliga tolkningarna. Du skall redovisa de utgångspunkter som ligger till grund för dina beräkningar och slutsatser. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning. Till varje uppgift finns en beskrivning av vad läraren kan ta hänsyn till vid bedömning av ditt arbete. Om något är oklart fråga din lärare.
Arbetsformer	Ansvarig lärare informerar om de arbetsformer som gäller för breddningsdelen i provet. Redovisning av uppgifterna sker individuellt.

1. VÄGSKYLTEN



Nedre delen av en 2,0 m hög vägskylt befinner sig 4,0 m ovanför bilistens ögonhöjd (Se figuren ovan). Skylten är svår att läsa på stort avstånd, liksom om avståndet är alltför litet.

Undersök hur synvinkeln θ varierar när bilen närmar sig skylten på en rak motorväg.

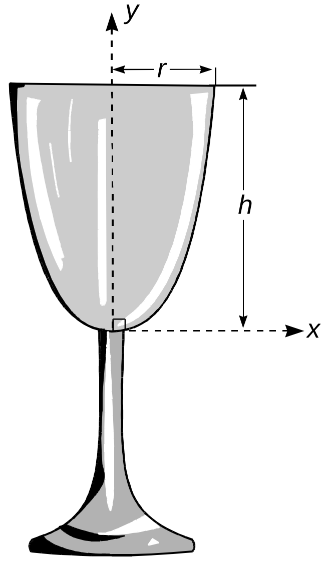
Vid vilket avstånd blir synvinkeln så stor som möjligt?

Skylten är läsbar om synvinkeln är större än 1°. Undersök under hur lång tid skylten är läsbar.

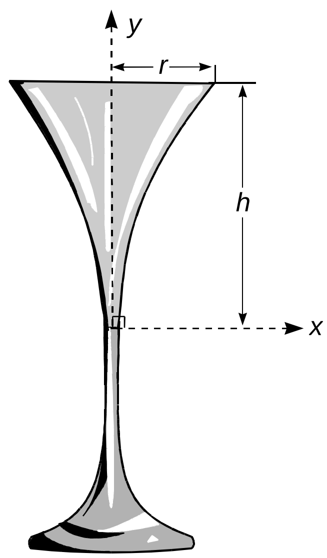
Vid bedömningen av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:
- om du valt en rimlig metod
- om du gjort korrekta beräkningar
- vilka slutsatser du dragit av din undersökning
- hur klar din redovisning är
- vilka matematiska kunskaper du visat

2. KRISTALLGLASET

En formgivare har designat kristallglas med de former som figurerna visar. Glasen består av en kupa och en fot. Du skall hjälpa formgivaren med att beräkna lämpliga mått på glasen.



Figur 1



Figur 2

- Se figur 1. Kupan för glaset har den form som uppkommer om parabeln $y = kx^2$ roterar kring *y*-axeln. Bestäm konstanten *k* då *h* = 10,0 cm och *r* = 4,0 cm. Beräkna sedan glasets volym.

- Ute i handeln är 75, 200 respektive 300 cm^3 vanliga värden för kupornas volym. Beräkna lämpliga dimensioner (*h* och *r*) för att ett glas (figur 1) skall få en volym som stämmer med en av de angivna volymerna.

- Formgivaren vill också göra glas av den typ som avbildas i figur 2. Kupan ska ha harmo-niska proportioner som bygger på det så kallade gyllene snittet och han vill därför att $\frac{h}{r} = \frac{16}{5}$.

Välj en ny potensfunktion $y = k \cdot x^p$, där *p* är ett positivt reellt tal, för att beskriva en kupa av den form som avbildas i figur 2. Bestäm dimensioner (*h* och *r*) för ett sådant glas med harmoniska proportioner och med volymen 75 cm^3.

Vid bedömningen av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:
- om du valt en rimlig metod
- om du gjort korrekta beräkningar
- hur klar din redovisning är
- vilka matematiska kunskaper du visat