

## Innehåll

Förord	1
NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS C VÅREN 2011	2
Kravgränser	3
Del I, 8 uppgifter utan miniräknare	4
Del II, 9 uppgifter med miniräknare	7

## Förord

Uppgifter till kursen Matematik C duger utmärkt för träning till kurser enligt Gy 2011.

Kom ihåg

- Matematik är att vara tydlig och logisk
- Använd text och inte bara formler
- Rita figur (om det är lämpligt)
- Förklara införda beteckningar

Du ska visa att du kan

- Formulera och utvecklar problem, använda generella metoder/modeller vid problemlösning.
- Analysera och tolka resultat, dra slutsatser samt bedöma rimlighet.
- Genomföra bevis och analysera matematiska resonemang.
- Värdera och jämföra metoder/modeller.
- Redovisa välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.

Prov som ska återanvändas omfattas av sekretess enligt 17 kap. 4 § offentlighets- och sekretesslagen (2009:400). Avsikten är att detta prov ska kunna återanvändas t.o.m. 2017-06-30.  
Vid sekretessbedömning ska detta beaktas.

## NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS C VÅREN 2011

### Anvisningar

- Provtid** 240 minuter för Del I och Del II tillsammans. **Vi rekommenderar att du använder högst 90 minuter för arbetet med Del I.**
- Hjälpmedel** **Del I:** ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C”.  
*Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.*  
**Del II:** Miniräknare, även symbolhanterande räknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C”.
- Provmaterialet** Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar.  
Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in.  
*Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren.  
Redovisa därför ditt arbete med Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
- Provet** Provet består av totalt 17 uppgifter. **Del I** består av 8 uppgifter och **Del II** av 9 uppgifter.  
Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel.  
Uppgift 8 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete.  
Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
- Poäng och betygsgränser** Provet ger maximalt 46 poäng.  
Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med  $\infty$ , vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna.  
Undre gräns för provbetyget  
Godkänt: 12 poäng.  
Väl godkänt: 25 poäng varav minst 7 vg-poäng.  
Mycket väl godkänt: 25 poäng varav minst 14 vg-poäng.  
Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de  $\infty$ -märkta uppgifterna ger möjlighet att visa.

**Kravgränser**

Detta prov kan ge maximalt 46 poäng, varav 23 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänt: 12 poäng.

Väl godkänt: 25 poäng varav minst 7 vg-poäng.

Mycket väl godkänt: 25 poäng varav minst 14 vg-poäng.

Eleven ska dessutom ha visat prov på minst tre *olika* MVG-kvaliteter av de fyra MVG-kvaliteter som är möjliga att visa i detta prov.

De  $\alpha$ -märkta uppgifterna i detta prov ger möjlighet att visa fyra olika MVG-kvaliteter, se tabellen nedan.

MVG-kvalitet	Uppgift			
	8	13b	14d	17
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet			<input type="radio"/>	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>
Värderar och jämför metoder/modeller				
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>

## Del I

**Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare.** Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

### 1. Derivera

a)  $f(x) = 2x^3 - 5x$  *Endast svar fordras* (1/0)

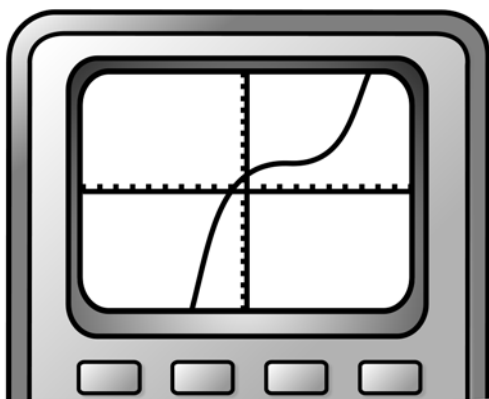
b)  $g(x) = e^{2x} + 7$  *Endast svar fordras* (1/0)

### 2. Lös ekvationerna och svara exakt.

a)  $6x^5 = 24$  *Endast svar fordras* (1/0)

b)  $6^x = 24$  *Endast svar fordras* (1/0)

### 3. Kalle har fått i uppgift att ta reda på hur grafen till en viss tredjegradsfunktion ser ut. Han ritar upp grafen på sin räknare, se figur.



Han säger: "Det ser ut som om grafen har en terrasspunkt!"

Kan Kalle, utifrån den bild han ser på sin räknare, vara säker på att grafen har en terrasspunkt? Motivera ditt svar. (1/0)

### 4. Lös ekvationerna

a)  $4x^3 - x^5 = 0$  (2/0)

b)  $\lg x + \lg 2 = 3$  (0/2)

5. För funktionen  $f$  gäller att  $f(x) = e^x$   
 Vilket av följande påståenden A-E är korrekt? *Endast svar fordras* (1/0)
- A.  $f$  har egenskapen att för alla  $x$  gäller att  $f'(x) = f(x)$
- B.  $f$  är en exponentialfunktion med basen  $e$  där  $e \approx 1,718$
- C.  $f$  har en graf som går genom punkten  $(1, 0)$
- D.  $f$  är avtagande för  $x < 0$  och växande för  $x > 0$
- E.  $f$  har egenskapen att  $f'(1) = 0$
6. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.
- a)  $\frac{(17+x)^3}{(x+17)^2}$  (1/0)
- b)  $\frac{(8-2x)^3}{(4-x)^4}$  (0/1)
7. Bertil sätter in  $B$  kr på ett konto som har en årlig räntesats av  $r$  %. Räntesatsen är oförändrad under den tid som pengarna finns på kontot. Kapitalet på kontot är  $K$  kr.
- Teckna ett funktionsuttryck som anger hur kapitalet  $K$  beror av  $B$  och  $r$  om pengarna finns på kontot i tre år. *Endast svar fordras* (0/2)

**Vid bedömningen av ditt arbete med denna uppgift kommer läraren att ta hänsyn till:**

- Hur väl du utför dina beräkningar
- Hur långt mot en generell lösning du kommer
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

8. I den här uppgiften ska du undersöka en egenskap hos extrempunkterna till de funktioner som ges av  $f(x) = 3x^2 - \frac{kx^3}{3}$  där  $k$  är en konstant.

Tabellen visar koordinaterna hos extrempunkterna till funktionen  $f$  för några olika värden på  $k$ .

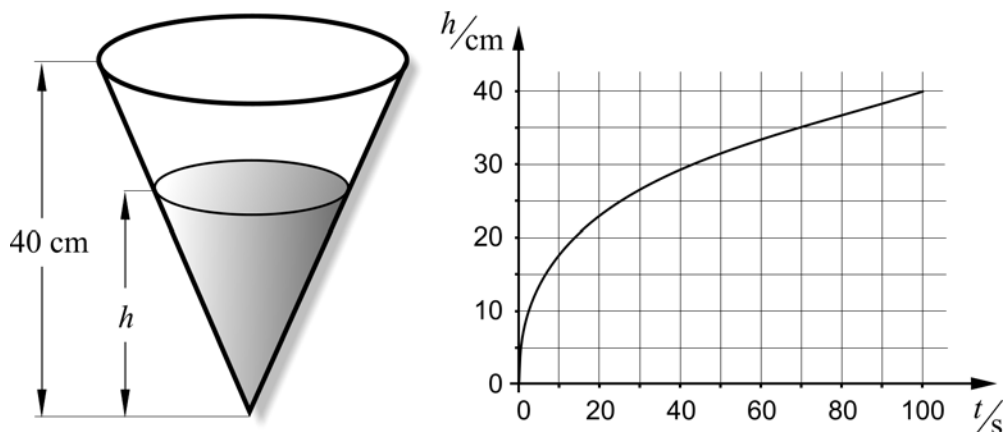
$k$	Extrempunkt/er
-2	(0,0) och (-3,9)
-1	(0,0) och (-6,36)
0	(0,0)
1	(0,0) och (6,36)
2	(0,0) och (3,9)
3	

- Komplettera tabellen genom att beräkna koordinaterna för extrempunkterna då  $k = 3$ , det vill säga då funktionen ges av  $f(x) = 3x^2 - x^3$
- Studera extrempunkterna i tabellen. De ligger på grafen till en annan funktion som vi kallar  $g$ . Ange det funktionsuttryck  $g(x)$  som du tycker är troligt och motivera ditt val.
- Undersök så utförligt och fullständigt som möjligt om det alltid gäller att extrempunkterna till  $f(x) = 3x^2 - \frac{kx^3}{3}$  ligger på grafen till funktionen  $g$ . (4/3/□)

## Del II

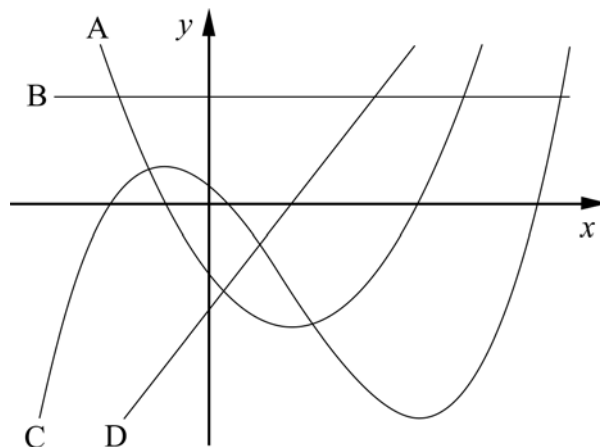
Denna del består av 9 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare.  
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

9. En konisk behållare fylls med vatten. Diagrammet visar hur vattennivåns höjd  $h$  i centimeter beror av tiden  $t$  i sekunder.



- a) Det tar 100 sekunder att fylla behållaren. Med vilken medelhastighet ökar vattennivåns höjd  $h$  under tidsperioden  $10 \leq t \leq 100$ ? (2/0)
- b) Tolka vad  $h'(50) = 0,20$  betyder i detta sammanhang, det vill säga då konen fylls med vatten. (0/1)
10. Lisas föräldrar sätter in 1000 kr i slutet av varje år på ett konto. Den årliga räntesatsen är 3 %. Föräldrarna gör den första insättningen det år Lisa fyller 2 år och sätter sedan in pengar till och med det år hon fyller 30 år. Hur mycket pengar kommer det att finnas på kontot direkt efter den sista insättningen? (2/0)
11. Ge ett exempel på ett rationellt uttryck som inte är definierat för  $x = 3$  och som har värdet 2 då  $x = 0$  *Endast svar fordras* (0/1)

12. Figuren visar graferna till fyra funktioner  $p$ ,  $q$ ,  $r$  och  $s$ .



Funktionen  $p$  är en polynomfunktion av tredje graden. De andra funktionerna har bildats genom upprepad derivering av  $p$ , det vill säga:

$$q(x) = p'(x)$$

$$r(x) = q'(x)$$

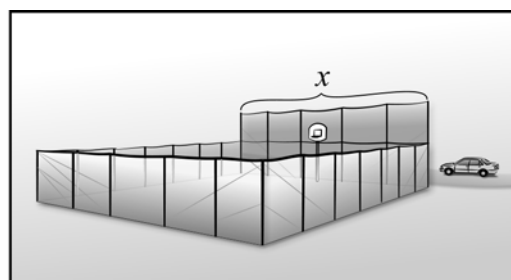
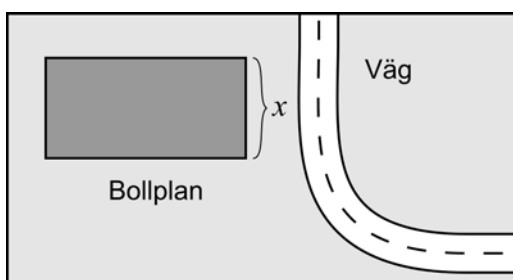
$$s(x) = r'(x)$$

Para ihop funktionerna  $p$ ,  $q$ ,  $r$  och  $s$  med tillhörande graf A, B, C och D.

*Endast svar fordras*

(0/1)

13. Garfesta kommun ska bygga en bollplan. Den ska vara rektangulär med stängsel runtomkring. För att inte bollarna ska hamna ute på vägen bestämmer man sig för att bygga ett högre stängsel på den sida som ligger närmast vägen, se figur.



Kommunen har bestämt att stängslet maximalt får kosta 6600 kr. Det lägre stängslet kostar 75 kr/m och det högre 225 kr/m. Kostnaden för stolpar och grindar ingår i priset för stängslet.

Om kommunen använder 6600 kr till stängslet kan bollplanens area  $A$  m<sup>2</sup> beräknas enligt nedanstående samband:

$$A(x) = 44x - 2x^2 \quad \text{där } x \text{ m är längden på bollplanens sida närmast vägen.}$$

- a) Bestäm med hjälp av derivata det värde på  $x$  som ger bollplanens maximala area. (3/0)
- b) Visa att bollplanens area  $A$  m<sup>2</sup> kan skrivas  $A(x) = 44x - 2x^2$  (0/2/π)



14. I Sverige är jordbävningar vanligare än vad man kan tro, men oftast är de så svaga att de knappt märks. Med hjälp av Richterskalan kan styrkan i en jordbävning anges med magnituden  $M$ .

Magnituden  $M$  ges av sambandet  $M = \frac{2}{3}(\lg E - 4,84)$

där  $E$  är den frigjorda energin mätt i enheten joule, J.

- a) Den 16 december 2008 skakades Skåne av en jordbävning som var kraftig för att vara i Sverige. Då frigjordes energin  $2,75 \cdot 10^{11}$  J. Vilken magnitud motsvarar detta på Richterskalan? (1/0)
- b) Den kraftigaste uppmätta jordbävningen i Sverige kallas Kosteröskalvet och det inträffade den 23 oktober 1904. Magnituden mätte 5,4 på Richterskalan. Hur mycket energi frigjordes vid Kosteröskalvet? (2/0)
- c) Utgå från två olika jordbävningar där den ena har en magnitud som är 5 och den andra har en magnitud som är 7. Hur många gånger större är den frigjorda energin hos den kraftigare jordbävningen jämfört med den frigjorda energin hos den svagare? (0/1)
- d) Utgå återigen från två olika jordbävningar där den ena har en magnitud som är två enheter större än den andra. Undersök generellt hur många gånger större den frigjorda energin är hos den kraftigare jordbävningen jämfört med den frigjorda energin hos den svagare. (0/1/π)

15. Antalet vildsvin i Sverige ökar kraftigt. Från en rapport är följande citat hämtat:

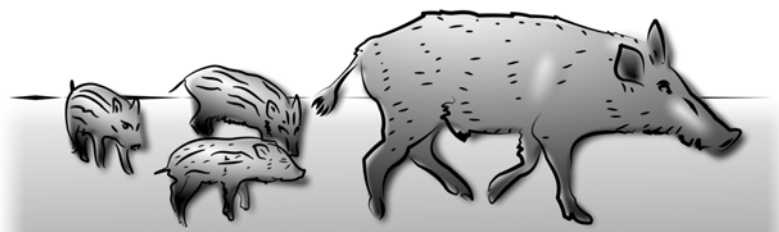
År 2007 beräknades antalet vildsvin uppgå till cirka 60000 från Skåne och upp till Dalälven som ännu så länge utgör den nordliga gränsen för utbredningen.

---

Från 1990 till 2007 har vildsvinspopulationen haft en så stark tillväxt att antalet vildsvin i Sverige fördubblats vart femte-sjätte år.

Källa: Svensk Naturförvaltning AB (2008), Rapport 04, *Vildsvin, jakt och förvaltning*

Anta att antalet vildsvin uppskattas vid samma tidpunkt varje år.



Utifrån citatet kan man göra olika prognoser om antalet vildsvin i Sverige i framtiden.

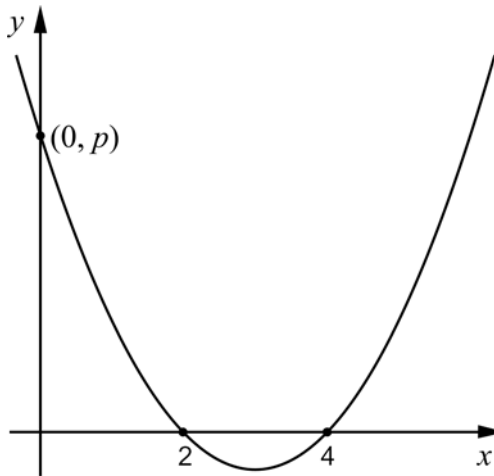
- Hur många vildsvin kan det finnas *som mest* i Sverige när man uppskattar antalet år 2011 om tillväxten fortsätter i den takt som beskrivs ovan? (0/3)

16. Nedan ges derivatans värde hos en funktion  $f$  i en given punkt  $P$ .

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{((2+h)^5 + 3) - (2^5 + 3)}{h} = 80$$

- a) Ange funktionen  $f$  *Endast svar fordras* (0/1)
- b) En tangent dras i punkten  $P$ . Bestäm tangentens ekvation. (0/2)

17. Nedan visas grafen till en andragradsfunktion som har nollställena  $x_1 = 2$  och  $x_2 = 4$ , se figur. Grafen skär  $y$ -axeln i punkten  $(0, p)$ .



- Anta att vi drar en tangent till grafen i punkten  $(0, p)$ . Bestäm lutningen för denna tangent uttryckt i  $p$ .

(0/2/π)