Innehåll

Förord

Skolverket har endast publicerat *ett* kursprov till kursen Ma 2. Innehållet i den äldre kursen Ma B hör nu till Ma 1 och/eller Ma 2. I tabellen nedan framgår vilka uppgifter som är lämpliga till respektive kurs.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Ma 1		2		4								12				
Ma 2	1	2	3		5	6	7	8	9	10	11		13	14	15	16

Kom ihåg
- Matematik är att vara tydlig och logisk
- Använd text och inte bara formler
- Rita figur (om det är lämpligt)
- Förklara införda beteckningar

Du ska visa att du kan
- Formulera och utvecklar problem, använda generella metoder/modeller vid problemlösning.
- Analysera och tolka resultat, dra slutsatser samt bedöma rimlighet.
- Genomföra bevis och analysera matematiska resonemang.
- Värdera och jämföra metoder/modeller.
- Redovisa välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.

NATIONELLT KURSPROV I
MATEMATIK KURS B
VÅREN 2011

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. **Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.**
Hjälpmedel	**Del I**: ”Formler till nationellt prov i matematik kurs B”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* **Del II**: Miniräknare, även symbolhanterande räknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs B”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. *Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete med Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
Provet	Provet består av totalt 16 uppgifter. **Del I** består av 7 uppgifter och **Del II** av 9 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras)* behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 16 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 45 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna. Undre gräns för provbetyget Godkänt: 13 poäng. Väl godkänt: 25 poäng varav minst 6 vg-poäng. Mycket väl godkänt: 25 poäng varav minst 13 vg-poäng. Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de ¤-märkta uppgifterna ger möjlighet att visa.

Del I

Denna del består av 7 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Lös ekvationerna

a) $x^2 - 6x - 16 = 0$ (2/0)

b) $x^2 + 4x = 0$ (2/0)

2. En rät linje går genom punkterna (0, 2) och (4, 0)

a) Rita linjen i ett koordinatsystem. (1/0)

b) Ange linjens ekvation. *Endast svar fordras* (1/0)

3. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$ (2/0)

4. Vid en skidtävling med 20 deltagare sker starten individuellt. Deltagarna ska ha nummerlappar med nummer 1 till 20, där numret anger startordningen.

Marcus och Erik ska delta i tävlingen och båda vill starta sist, det vill säga båda vill ha nummer 20. Innan start får deltagarna slumpmässigt dra ett kuvert som innehåller en nummerlapp. Marcus får dra ett kuvert först av alla och Erik får dra direkt efter.

Innan de öppnar kuverten så säger Marcus till Erik: ”Det är större chans att nummer 20 finns i mitt kuvert än i ditt eftersom jag fick dra först”.

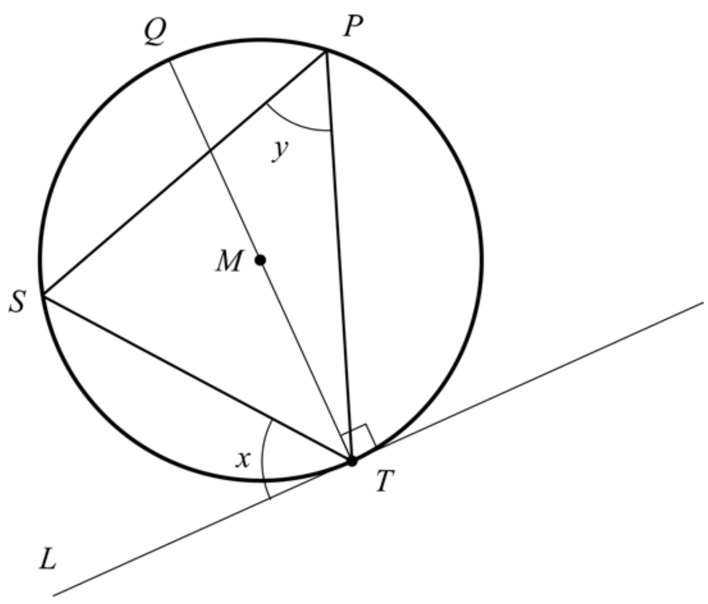
Avgör om Marcus har rätt genom att bestämma sannolikheterna för att Marcus respektive Erik får startnummer 20. (1/1)

5. Förenkla uttrycket $(x-2)^2+(3-x)(x-4)$ så långt som möjligt. (2/0)

6. Två linjer $y=2x+5$ och $y=kx+m$ skär varandra i en enda punkt. Den punkten ligger på *y*-axeln.

Vilka värden kan riktningskoefficienten *k* ha? Motivera. (0/1/¤)

7. En linje *L* tangerar en cirkel i punkten *T*. *M* är cirkelns medelpunkt. Vinkeln mellan cirkelns diameter *QT* och linjen *L* är $90°$. En triangel *PST* ligger i cirkeln med alla hörnen på cirkelns rand. Se figur.



a) Hur stor är vinkeln *y* då vinkeln *x* är $56°$? (0/2)

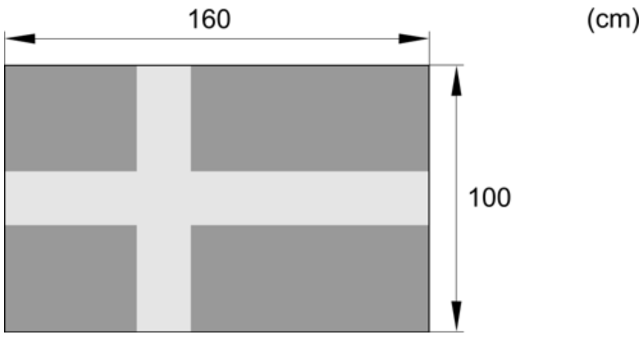
Om punkterna *P* och *S* flyttas längs cirkelns rand kommer vinklarna *x* och *y* att variera. För vinkeln *x* gäller $0° < x < 90°$

b) Bestäm sambandet mellan vinklarna *x* och *y*. (0/1/¤)

Del II

Denna del består av 9 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

8. En svensk flagga med långsidan 160 cm och kortsidan 100 cm uppfyller gällande flagglag. Anna vill göra en liten bordsflagga med kortsidan 8 cm.



Hur lång ska Anna göra sin flagga för att den ska vara likformig med den stora flaggan? (2/0)

9. Företaget Rund Plast AB tillverkar bland annat innebandybollar. Varje månad tillverkas 50 000 innebandybollar.

Efter klagomål från kunder beslöt Rund Plast AB:s ledning att göra en kvalitetskontroll. Under en månad kontrollerades kvaliteten på var 200:e innebandyboll som tillverkades. Man hittade 11 bollar som var av dålig kvalitet.

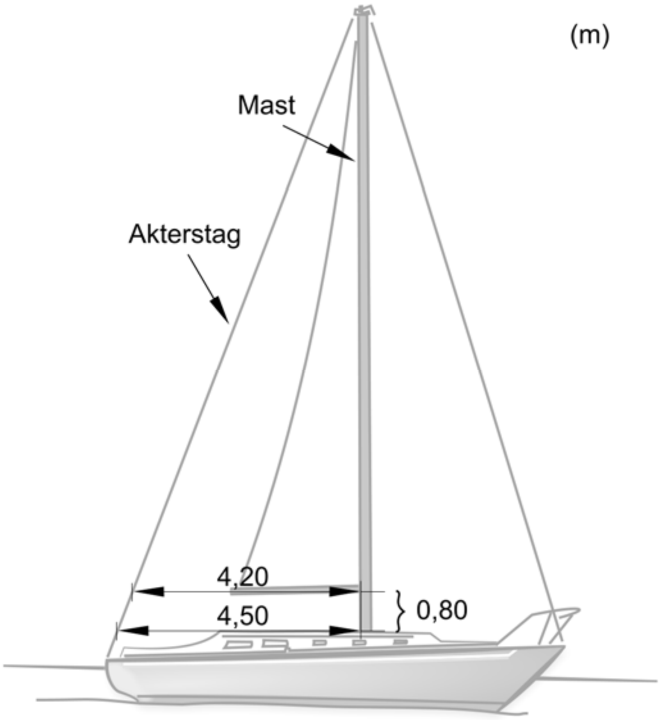
a) Här ovan beskrivs en stickprovsundersökning. Hur stort var stickprovet? (1/0)

b) Hur många av de innebandybollar som tillverkades under en månad kan antas ha varit av dålig kvalitet? (2/0)

10. En rät linje har riktningskoefficienten $k = 1{,}2$ och skär y-axeln i punkten (0, 3)

Avgör om punkten (175, 207) ligger på linjen. (2/0)

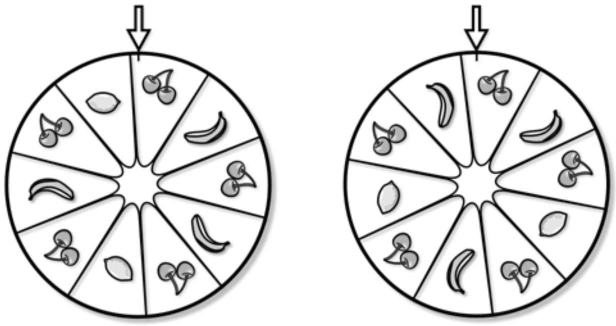
11. Lina och Sara är ute och seglar i en båt som de har lånat. De seglar mot en bro och börjar fundera på om masten är för hög för att båten ska kunna passera under bron. För att kunna bestämma mastens höjd gör de några mätningar.



Lina och Sara mäter avståndet från mastens fot och rakt ut mot akterstaget och finner att det är 4,50 m. Sedan mäter de avståndet från masten till akterstaget 0,80 m högre upp och parallellt med första mätningen. Det avståndet är 4,20 m. Se figur.

Använd de mätningar som Lina och Sara har gjort och bestäm mastens höjd. (2/0)

12. Elin, Petter och Ali är på ett nöjesfält. Där finns ett spel med två likadana snurrande lyckohjul med bilder av bananer, citroner och körsbär. Hjulen snurrar oberoende av varandra. Spelet ger vinst om pilarna på respektive hjul pekar på bilder av samma sorts frukt då hjulen stannar. Se figur.



a) Elin satsar på att båda hjulen stannar på körsbär.
Hur stor är sannolikheten att hon vinner? (0/1)

b) Samtidigt som Elin satsar på körsbär, satsar Petter på bananer och Ali på citroner. Hur stor är sannolikheten att ingen av de tre vinner? (0/2)

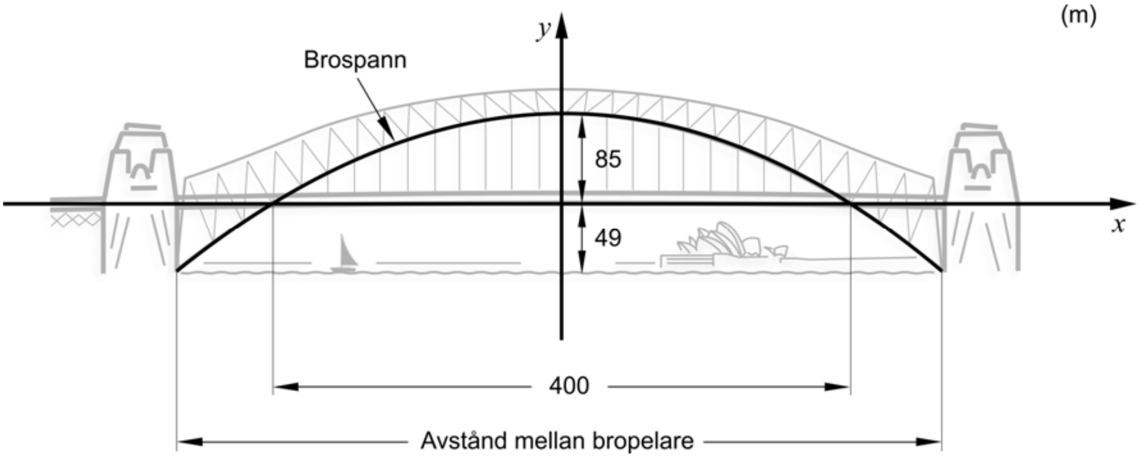
13. Fia springer på ett löpband som kan ställas in på olika hastigheter. På en display kan hon avläsa hur mycket energi hon förbrukar under ett träningspass på löpbandet. Energin anges i enheten kcal.

Fia brukar först ställa in löpbandet på hastigheten 8 km/h (”låg” hastighet) för att sedan öka hastigheten till 12 km/h (”hög” hastighet).
Tabellen visar exempel på Fias träningspass på löpbandet.

	Tid		**Energiförbrukning**
	”låg” hastighet	”hög” hastighet	
Träningspass 1	20 min	10 min	300 kcal
Träningspass 2	10 min	15 min	280 kcal

Hur mycket energi per minut (kcal/min) förbrukar Fia då hon springer med ”låg” respektive ”hög” hastighet? (0/3)

14. En av sevärdheterna i Sydney är den stora stålbron, Sydney Harbour Bridge. Mellan bropelarna löper ett brospann som har formen av en andragradskurva. Den högsta punkten är belägen 85 meter över vägbanan. Vägbanan ligger i sin tur 49 meter över vattenytan. Brospannet befinner sig ovanför vägbanan längs en 400 meter lång vägsträcka. Se figur.

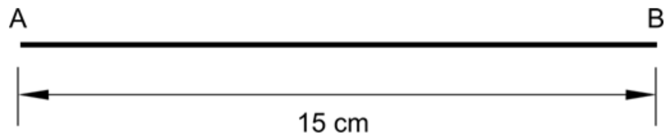


Ekvationen för andragradskurvan som beskriver brospannet kan skrivas som $y = ax^2 + b$, där a och b är konstanter.

a) Vilket värde har konstanten b för den andragradskurva som beskriver brospannet? *Endast svar fordras* (1/0)

b) Hur långt är avståndet mellan bropelarna? (0/3/¤)

15. En sträcka *AB* är 15 cm lång. Sträckan kan delas i fem delsträckor på olika sätt. Längden av varje delsträcka måste vara större än noll.



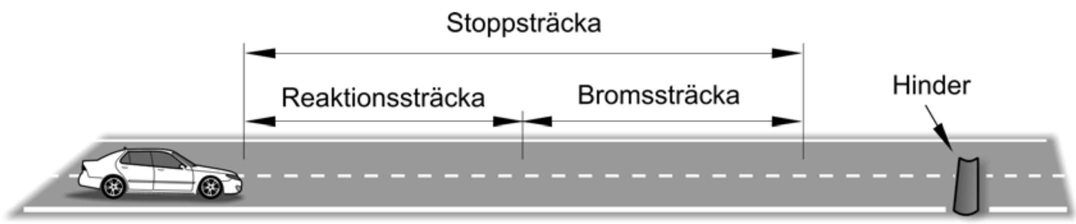
a) Gör en indelning av sträckan *AB* så att variationsbredden för delsträckornas längder blir 12,5 cm. (1/1)

b) Beroende på hur man delar in sträckan *AB* i fem delsträckor kan variationsbredden variera. Utred vilka värden som är möjliga för variationsbredden när man ändrar på de fem delsträckornas längder. (0/1/¤)

Vid bedömningen av ditt arbete med denna uppgift kommer läraren att ta hänsyn till:
- Hur väl du utför dina beräkningar
- Hur långt mot en generell lösning du kommer
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

16. I samband med bilkörning brukar man tala om *stoppsträcka* i situationer då föraren upptäcker ett hinder, bromsar in och stannar.

Stoppsträckan s kan delas in i två delar. Den första delen, *reaktionssträckan*, är den sträcka bilen rör sig från det att föraren ser ett hinder till dess att föraren reagerar och trycker på bromspedalen. Den andra delen, *bromssträckan,* är den sträcka som bilen rör sig från det att föraren börjar bromsa till det att bilen stannar. Se figur.



Stoppsträckan s vid ett visst väglag kan beräknas enligt följande formel:

$$s = \underbrace{0{,}27v}_{\text{Reaktionssträcka}} + \underbrace{0{,}005v^2}_{\text{Bromssträcka}}$$

där stoppsträckan *s* anges i meter och hastigheten *v* anges i km/h.

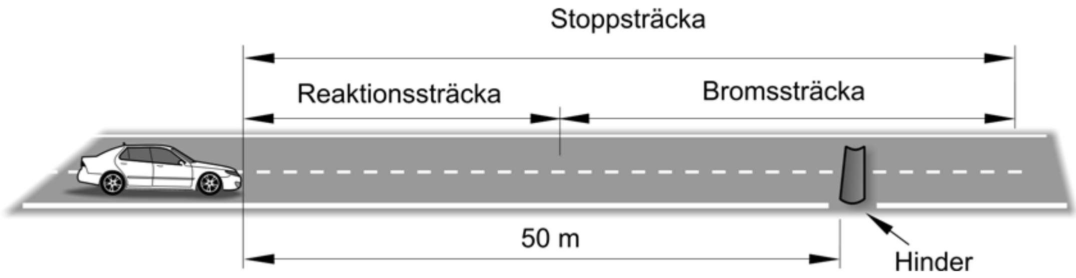
- Beräkna reaktionssträcka, bromssträcka och stoppsträcka för hastigheterna 70 km/h, 90 km/h och 110 km/h. Rita av tabellen och fyll i dina värden.

Hastighet (km/h)	Reaktionssträcka (m)	Bromssträcka (m)	Stoppsträcka (m)
70			
90			
110			

Vid landsvägskörning i mörker lyser halvljusen upp vägen cirka 50 meter framför bilen. Det är vid det avståndet föraren tidigast kan upptäcka ett hinder.

- Undersök för vilka hastigheter det är möjligt att kunna stanna på 50 meter.

Enligt formeln för stoppsträckan $s = 0{,}27v + 0{,}005v^2$ hinner föraren inte stanna före ett hinder som upptäcks då avståndet till hindret är 50 meter och föraren kör med hastigheten 110 km/h. Tänk dig att bilen kan passera hindret och att föraren fortsätter att bromsa. Se figur.



- Hur långt efter hindret stannar bilen om hastigheten är 110 km/h då föraren upptäcker hindret?

- Vilken hastighet har bilen när den är vid hindret om hastigheten är 110 km/h då föraren upptäcker hindret?

Den hastighet som bilen har vid hindret beror av den ursprungliga hastigheten då föraren upptäcker hindret och avståndet fram till hindret.
Tänk dig nu att bilens ursprungliga hastighet är *v* km/h då föraren upptäcker ett hinder på 50 meters avstånd och att bilens hastighet vid hindret är *u* km/h.

- Undersök och beskriv sambandet mellan *u* och *v*. (3/4/¤)