

Innehåll

Förord	2
NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS B VÅREN 2007	3
NpMaB VT 2007 LÖSNINGAR	3
Del I: Digitala verktyg är INTE tillåtna	3
Del 1 # 1 (2/0) Lös ekvationerna	3
Del 1 # 2 (2/0) Rät linje	4
Del 1 # 3 (2/0) Förenkla uttryck	5
Del 1 # 4 (1/2) Sannolikhet	6
Del 1 # 5 (1/1) 2:a gradskurva	8
Del 1 # 6 (0/1) Lyckohjul	10
Del 1 # 7 (0/1) Olikhet	11
Del 1 # 8 (1/2/⊗) Triangel i halvcirkel	12
Del II: Digitala verktyg är tillåtna	13
Del 2 # 9 (2/0) Linjärt ekvationssystem	13
Del 2 # 10 (2/0) Likformighet	14
Del 2 # 11 (3/0) Linjär funktion?	15
Del 2 # 12 (2/0) 3 000 kolor	17
Del 2 # 13 (0/2) Melker tänker på ett tal	18
Del 2 # 14 (0/3) Back plus tomglas	19
Del 2 # 15 (1/2) Signalkräfter	20
Del 2 # 16 (0/2/⊗) Medelvärde, median och variationsbredd	23
Del 2 # 17 (3/4/⊗) Area hos kvadrat	24

Förord

Skolverket har endast publicerat *ett* kursprov till kursen Ma2. Innehållet i den äldre kursen Ma B hör nu till Ma 1 och/eller Ma 2. I tabellen nedan framgår vilka uppgifter som är lämpliga till respektive kurs.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Ma 1			3	4		6	7						13				
Ma 2	1	2	3		5			8	9	10	11	12		14	15	16	17

Kom ihåg

- Matematik är att vara tydlig och logisk
- Använd text och inte bara formler
- Rita figur (om det är lämpligt)
- Förklara införda beteckningar

Du ska visa att du kan

- Formulera och utvecklar problem, använda generella metoder/modeller vid problemlösning.
- Analysera och tolka resultat, dra slutsatser samt bedöma rimlighet.
- Genomföra bevis och analysera matematiska resonemang.
- Värdera och jämföra metoder/modeller.
- Redovisa välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.

Del I: Digitala verktyg är INTE tillåtna

Del 1 # 1 (2/0) Lös ekvationerna

Ma2

1. Lös ekvationen $x^2 + 8x - 20 = 0$

(2/0)

Ekvationen är en 2:a gradsekvation. Lös ekvationen med pq-formeln som finns i FORMELSAMLINGEN.

Regler

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Andragradsekvationer

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 + \underbrace{8}_{p=8} \underbrace{-20}_{q=-20} \\ x_{1,2} &= -4 \pm \sqrt{4^2 - (-20)} = -4 \pm \sqrt{36} = -4 \pm 6 \\ x_1 &= 2 \\ x_2 &= -10 \end{aligned}$$

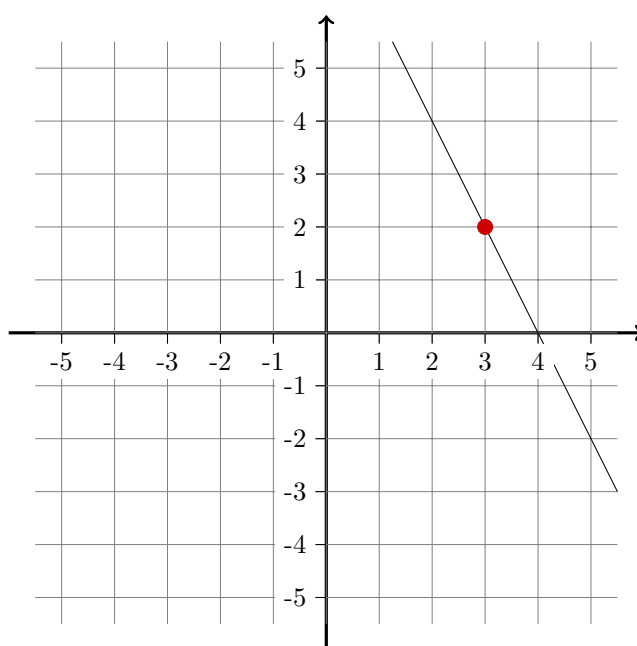
Svar $x_1 = 2$ och $x_2 = -10$

Del 1 # 2 (2/0) Rät linje

Ma2

- | | | | |
|----|----|--|-------|
| 2. | a) | Rita i ett koordinatsystem en rät linje som går genom punkten (3, 2) och har riktningskoefficienten $k = -2$ | (1/0) |
| | b) | Bestäm linjens ekvation. | (1/0) |

a) Rita linjen ...



b) Bestäm linjens ekvation.

En rät linje har ekvationen

$$y = kx + m.$$

I detta fall med $k = -2$ blir linjens ekvation

$$y = -2x + m.$$

Det återstår att bestämma m . Linjen går genom punkten (3, 2).

$$\overset{2}{\underbrace{y}} = -2 \overset{3}{\underbrace{x}} + \underbrace{m}_{8}.$$

Svar b) Linjens ekvation är $y = -2x + 8$.

Del 1 # 3 (2/0) Förenkla uttryck

Ma1
Ma2

3. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt

a) $25 + (x + 5)(x - 5)$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) $2(4 + x) - x(2 + 3x)$ *Endast svar fordras* (1/0)

a) Förenkla $25 + (x + 5)(x - 5)$

I FORMELSAMLINGEN finns konjugatregeln.

Regler

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Andragradsekvationer

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$25 + \overbrace{(x + 5)(x - 5)}^{\text{konjugatregeln}} \\ x^2 - 5^2 \\ 25 + x^2 - 25$$

Svar a) x^2 b) Förenkla $2(4 + x) - x(2 + 3x)$

$$\underbrace{2(4 + x)}_{(8 + 2x)} - \underbrace{x(2 + 3x)}_{(2x + 3x^2)} \\ (8 + 2x) - (2x + 3x^2) \\ 8 + 2x - 2x - 3x^2 \\ 8 - 3x^2$$

Svar b) $8 - 3x^2$

Del 1 # 4 (1/2) Sannolikhet

Ma1

4. Peter har en påse med 4 röda kulor och 6 vita kulor.
- a) Peter drar slumpmässigt en kula ur påsen. Hur stor är sannolikheten att han får en röd kula? (1/0)
- b) Peter ställer upp sannolikheten för en händelse som $\frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9}$. Vilken händelse har han beräknat sannolikheten för? (0/1)
- c) Peter ställer upp sannolikheten för en händelse som $\frac{4}{10} \cdot \frac{6}{10}$. Vilken händelse har han beräknat sannolikheten för? (0/1)

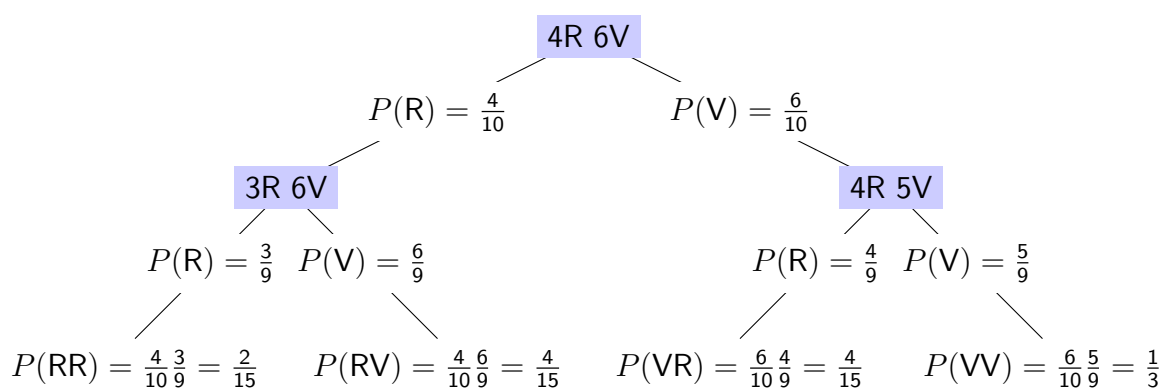
a) Sannolikhet för röd kula.

Det finns totalt 10 kulor i påsen varav 4 röda.

Svar a) Sannolikheten att få en röd kula är 0,4

b) Sannolikhet utan återläggning.

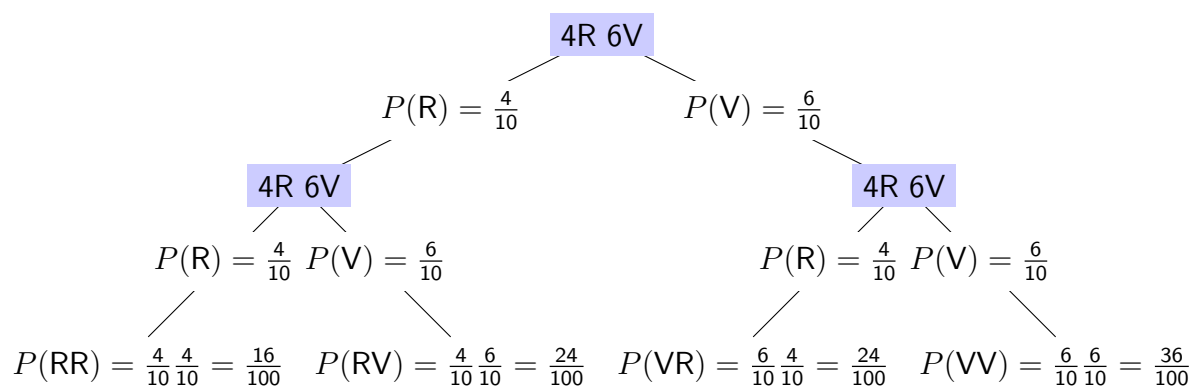
Problemet är "bakvänt" formulerat. Nämnarna 10 och 9 antyder sannolikhet utan återläggning. Låt R beteckna röd kula och V beteckna vit kula. I träd diagrammet visas de två första dragen vid dragning utan återläggning. Med $P(RV) = \frac{4}{15}$ menas att sannolikheten för att först få en röd kula och sedan en vit är $\frac{4}{15}$.



Svar b) Sannolikheten $\frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9}$ är sannolikheten för att dra två vita kulor.

c) Sannolikhet med återläggning.

Problemet är “bakvänt” formulerat. Nämnarna 10 och 10 antyder sannolikhet med återläggning. Låt R beteckna röd kula och V beteckna vit kula. I träd diagrammet visas de två första dragen vid dragning med återläggning.



Svar c) Peters sannolikhet $\frac{4}{10} \frac{6}{10}$ kan vara sannolikheten för att först dra en röd och därefter en vit kula. Peters sannolikhet $\frac{4}{10} \frac{6}{10}$ kan också vara sannolikheten för att först dra en vit och därefter en röd kula eftersom $\frac{4}{10} \frac{6}{10} = \frac{6}{10} \frac{4}{10}$.

Notera att sannolikheten för att få en röd och en vit är $\frac{4}{10} \frac{6}{10} + \frac{6}{10} \frac{4}{10} = \frac{12}{25}$

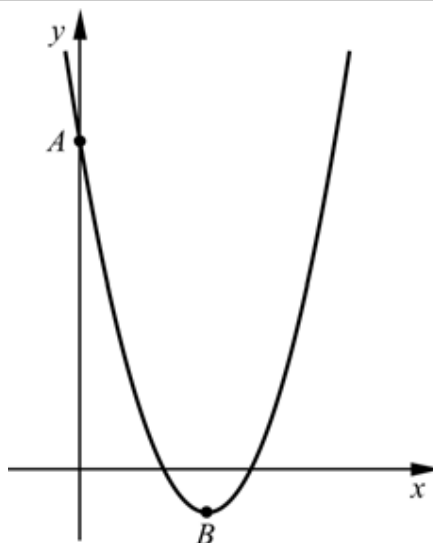
Del 1 # 5

(1/1)

2:a gradskurva

Ma2

5. Figuren visar kurvan
 $y = x^2 - 6x + 8$



- a) Bestäm y -koordinaten för punkten A. *Endast svar fordras* (1/0)
- b) Bestäm x -koordinaten för punkten B. (0/1)

a) Bestäm A

Med $x = 0$ i ekvationen $y = x^2 - 6x + 8$ blir $y = 8$

Svar a) y -koordinaten för A är $y = 8$

b) Bestäm B

Punkten B är en minimipunkt på 2:a gradskurvan och ligger därför på symmetrilinjen som ligger mitt emellan ekvationens två rötter. Använd pq-formeln som finns i FORMELSAMLINGEN för att bestämma rötterna.

Regler

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Andragradsekvationer

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$0 = x^2 \underbrace{-6}_{p=-6} x + \underbrace{8}_{q=8}$$

$$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{3^2 - 8}$$

Medelvärde av de två rötterna är 3.

Svar b) x -koordinaten för B är $x = 3$.

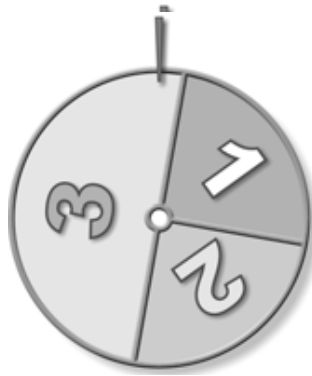
Del 1 # 6

(0/1)

Lyckohjul

Ma1

6. Ett lyckohjul ser ut som i figuren. När man snurrar hjulet kan utfallet bli 1, 2 eller 3.



Vilket bör det ungefärliga medelvärdet av utfallen bli, om man snurrar hjulet många gånger?

(0/1)

utfall	sannolikhet	utfall $\times$ sannolikhet
3	0,50	1,50
2	0,25	0,50
1	0,25	0,25
summa		2,25

Svar Ungefärligt medelvärde är 2,25.

Del 1 # 7 (0/1) Olikhet

Ma1

7. Vilket är det största heltal som uppfyller olikheten $5x + 3 < 31 + x$?

Endast svar fordras (0/1)

Vid räkning med olikheter är det tillåtet att addera eller subtrahera samma tal från bägge sidor i olikheten. Det är också tillåtet att multiplicera eller dividera bägge sidor i olikheten med ett *positivt* tal. Olikheten är

$$5x + 3 < 31 + x.$$

Samla x på ena sidan om olikhetstecknet och tal på andra sidan.

$$5x + 3 - x < 31 + x - x$$

$$4x + 3 < 31$$

$$4x + 3 - 3 < 31 - 3$$

$$4x < 28$$

Dividera bägge sidor med 4.

$$\frac{4x}{4} < \frac{28}{4}$$

$$x < 7$$

Svar Det största heltal som uppfyller olikheten är 6.

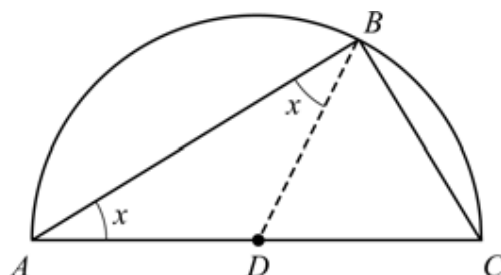
Del 1 # 8

(1/2/⊗) Triangel i halvcirkel

Ma2

8. Thales från Miletos var en grekisk matematiker som levde för 2600 år sedan. Han formulerade följande sats:
 ”Varje triangel som är inskriven i en halvcirkel har en rät vinkel.”

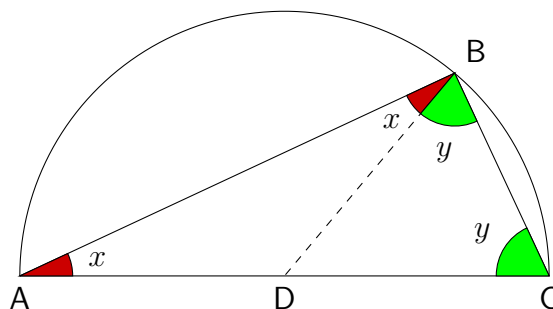
Nedanstående triangel ABC är inskriven i en halvcirkel. Punkten D är mittpunkt på sträckan AC . I figuren är även sträckan BD inritad.



- a) Förklara varför de två vinklarna x är lika stora. (1/0)
- b) Visa att Thales sats är korrekt utan att använda randvinkelsatsen. (0/2/⊗)

a) Förklara varför ...

Stäckorna AD och BD lika långa då de är radier i halvcirkeln. Stäckorna AD och BD är också sidor i triangeln ABD som alltså är likbent och basvinklarna x är därmed lika.



b) Visa att Thales ...

Triangeln BCD är likbent med två lika vinklar y . Triangeln ABC har vinkelsumman 180° .

$$180^\circ = x + (x + y) + y$$

$$90^\circ = x + y$$

Vinkeln vid B är alltså 90° . Vilket skulle visas.

Del II: Digitala verktyg är tillåtna

Del 2 # 9 (2/0) Linjärt ekvationssystem

Ma2

9. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} x + 6y = 39 \\ 2x + 3y = 51 \end{cases}$ (2/0)

Det finns två olika metoder för att lösa linjära ekvationssystem med flera obekanta. För ekvationssystem med bara två obekanta är det betydelselöst vilken metod du väljer. Substitutionsmetoden är enkel och fungerar utmärkt för två obekanta.

$$x + 6y = 39 \quad (1)$$

$$2x + 3y = 51 \quad (2)$$

Skriv om ekvation (1) till

$$x = 39 - 6y \quad (3)$$

Substitutera x i ekvation (2) med hjälp av ekvation (3). Vi får

$$2 \cdot (39 - 6y) + 3y = 51$$

$$78 - 12y + 3y = 51$$

$$78 - 9y = 51$$

$$27 = 9y$$

$$y = 3 \quad (4)$$

Med ekvation (3) och (4) kan x beräknas.

$$x = 39 - 6 \cdot 3$$

$$x = 21$$

Svar $x = 21$ och $y = 3$

Del 2 # 10

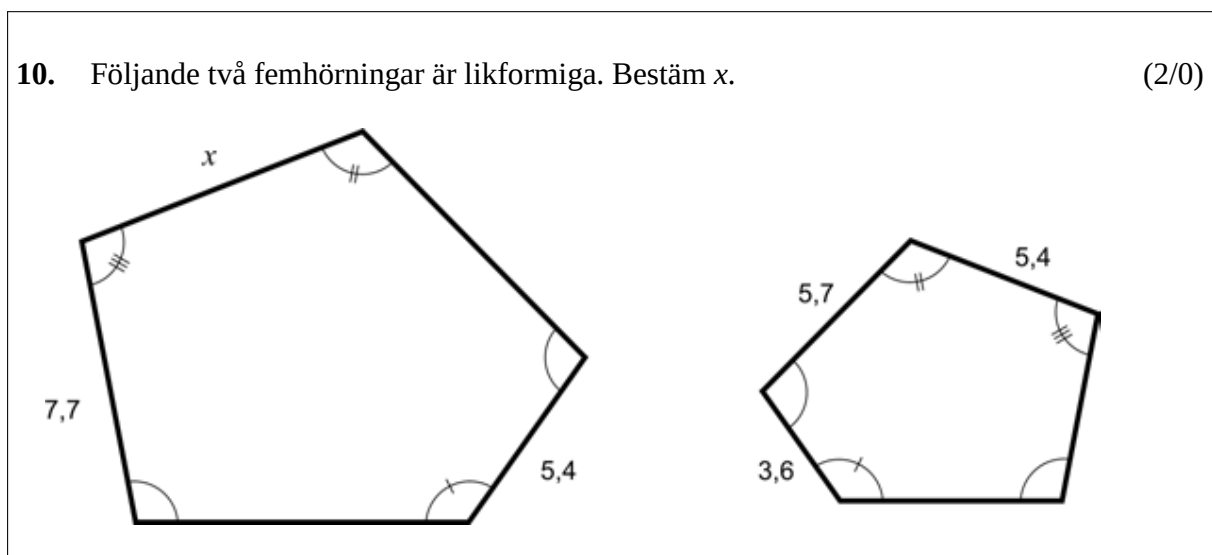
(2/0)

Likformighet

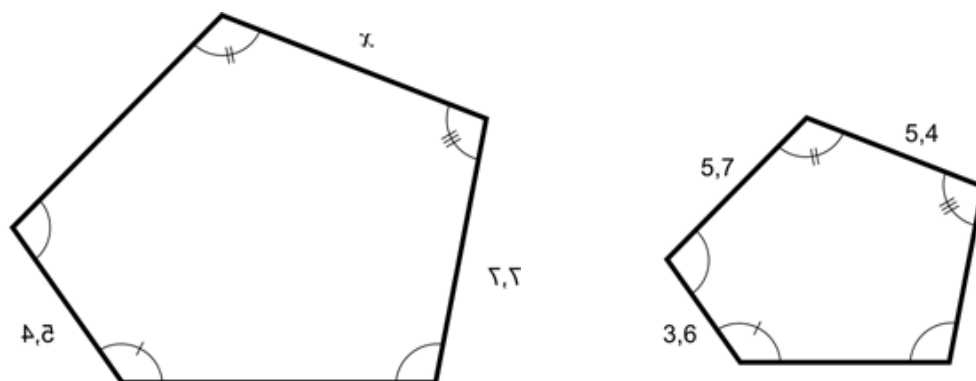
Ma2

10. Följande två femhörningar är likformiga. Bestäm x .

(2/0)



Det är svårt att se likformigheten mellan uppgiftens femsidingar. Det är enklare att se likformigheten om stora figuren vrids ett halvt varv kring en vertikal axel.



Använd likformigheten.

$$\begin{aligned} \frac{x}{5,4} &= \frac{5,4}{3,6} && \frac{\text{stora}}{\text{lilla}} \\ x &= \frac{5,4 \cdot 5,4}{3,6} \\ x &= 8,1 \end{aligned}$$

Svar $x = 8,1$ cm.

Del 2 # 11

(3/0)

Linjär funktion?

Ma2

11. I en biltidning kan man läsa en undersökning om hur mycket det bullrar i bilar vid olika hastigheter. Bullernivån $L(v)$ decibel är en funktion av bilens hastighet v km/h.

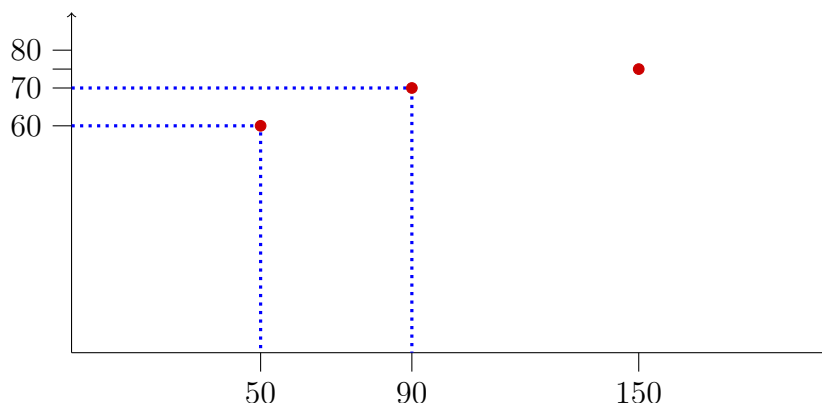
a) Förklara vad $L(90) = 70$ betyder med ord. (1/0)

b) För en viss bil gäller att $L(50) = 60$, $L(90) = 70$ samt $L(150) = 75$. Avgör om detta är en linjär funktion. (2/0)

a) Vad betyder $L(90) = 70$?

Bullernivån är 70 decibel då hastigheten är 90 km/h.

b) Är data linjära?



Att rita en graf och titta i grafen är en bra ledning till uppgiften men inget matematiskt argument. Ett sätt att lösa uppgiften är att bestämma en linje genom två av punkterna och kontrollera om övriga punkter ligger på linje. I FORMELSAMLINGEN finns ekvationen för räta linje.

Räta linjen

$$y = kx + m \quad k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Andragsgradsfunktioner

$$y = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

$$y_2 - y_1 = 70 - 60$$

$$x_2 - x_1 = 90 - 50$$

$$k = \frac{10}{40} = 0,25$$

Linjen går genom punkten (50, 60).

$$\underbrace{y}_{y=60} = 0,25 \cdot \underbrace{x}_{x=50} + \underbrace{m}_{m=47,5}$$

Linjen är alltså

$$y = 0,25 \cdot x + 47,5.$$

Ligger den tredje punkten (150, 75) på linjen?

$$\underbrace{y}_{y=85} = 0,25 \cdot \underbrace{x}_{x=150} + 47,5.$$

Punkten (150, 85) ligger på linjen. Punkten (150, 75) ligger inte på linjen.

Svar b) Funktionen $L(v)$ är inte linjär.

Del 2 # 12 (2/0) 3 000 kolor

Ma1

- 12.** Alma har fått en stor godislåda som innehåller tre olika sorters kola: hallon-, lakrits- och gräddkola. I lådan finns det cirka 3000 kolor totalt.

Alma tycker att lakritskola är godast. Hon vill ta reda på ungefär hur många lakritskolor det finns i lådan utan att räkna alla.

Beskriv hur Alma kan göra en god uppskattning av hur många lakritskolor det finns i lådan.

(2/0)

Alma ska ta ett stickprov. I Skolverkets rättningsnorm står följande.

12.**Max 2/0**

Eleven visar insikt om att ett stickprov ska tas,
t.ex. ger beskrivningen "Alma tar 100 kolor ur lådan"

+1 g

Eleven visar förståelse för att stickprovets fördelning mellan lakritskola
och övriga kolor förväntas överensstämma med lådans fördelning

+1 g

Kommentar En viktig fråga är naturligtvis hur stort stickprovet ska vara. Ett stort stickprov har större sannolikhet att ge en bra uppskattning på antalet lakritskola än ett litet stickprov. Sambandet mellan stickprovets storlek och godhet ingår definitivt inte i någon av gymnasiets matematikkurser.

Del 2 # 13

(0/2)

Melker tänker på ett tal

13. Lisa sa till Melker:

- Tänk på ett tal mellan -100 och 100 .
- Kvadrera talet.
- Addera det ursprungliga talet två gånger till det tal du fick.
- Subtrahera 168 från detta.
- Vad får du då?

Melker: Jag fick noll.

Lisa: Tänkte du på talet 12 ?

Melker: Nej.

Vilket tal tänkte Melker på? (Förutsatt att han har räknat rätt.)

(0/2)

Melker tänker på talet x , han kvadrerar, adderar och subtraherar.

$$0 = \underbrace{x^2}_{\text{kvadrerar}} + \underbrace{2x}_{\text{dubblar}} \underbrace{-168}_{\text{subtraherar}}$$

Lös Melkers ekvation med pq-formeln som finns i FORMELSAMLINGEN.

Regler

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Andragradsekvationer

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$0 = x^2 + \underbrace{2}_{p=2}x \underbrace{-168}_{q=-168}$$

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1^2 - (-168)} = -1 \pm \sqrt{169} = -1 \pm 13$$

$$x_1 = 12$$

$$x_2 = -14$$

Svar Melker tänkte på -14

Del 2 # 14 (0/3) Back plus tomglas

- 14.** José har lämnat tre backar med tillsammans 60 tomglas i pantautomaten och Maria har lämnat en back med 16 tomglas. Bilden visar deras kvitton.

Bestäm panten för en tom back och panten för ett tomglas.

(0/3)

Josés kvitto



Marias kvitto



Antag att en back kostar x och en flaska y kronor. För José och Maria gäller:

$$3x + 60y = 112,20 \quad (1)$$

$$x + 16y = 34,60 \quad (2)$$

Skriv om ekvation (2) till

$$x = 34,60 - 16y \quad (3)$$

Substitutera x i ekvation (1) med hjälp av ekvation (3). Vi får

$$3 \cdot (34,60 - 16y) + 60y = 112,20$$

$$103,80 - 48y + 60y = 112,20$$

$$103,80 + 12y = 112,20$$

$$12y = 8,40$$

$$y = 0,70$$

(4)

Med ekvation (3) och (4) kan x beräknas.

$$x = 34,60 - 16 \cdot 0,70$$

$$x = 23,40$$

Svar En back kostar 23,40 och en flaska kostar 0,70 kronor.

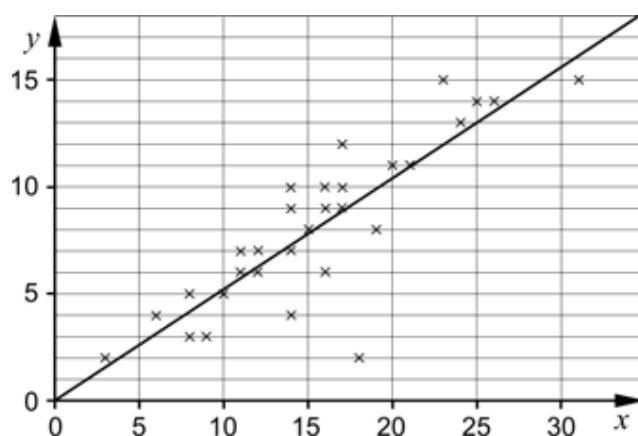
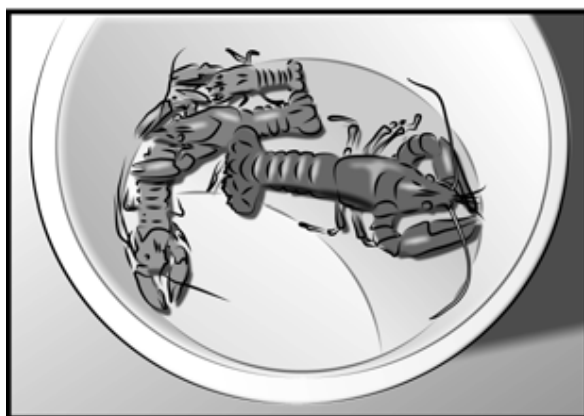
Del 2 # 15

(1/2)

Signalkräfter

15. Under år 2002 genomfördes ett provfiske av signalkräfter i Småland. En natt placerades 30 kräftburar ut i ett antal sjöar. Bland annat undersöktes sambandet mellan totala antalet kräftor (x) och antalet stora kräftor (y).

I diagrammet nedan visas resultatet från provfisket i form av 30 punkter, en för varje bur. En linje har anpassats till punkterna.



- a) Bestäm linjens ekvation. (1/0)
- b) Ge en tolkning av vad denna ekvation beskriver om sambandet mellan antalet stora kräftor och totala antalet kräftor. (0/1)
- c) Bestäm medianen för antalet **stora** fångade kräftor. (0/1)

Endast svar fordras

a) Bestäm linjens ekvation

Räta linjens ekvation finns i FORMELSAMLINGEN.

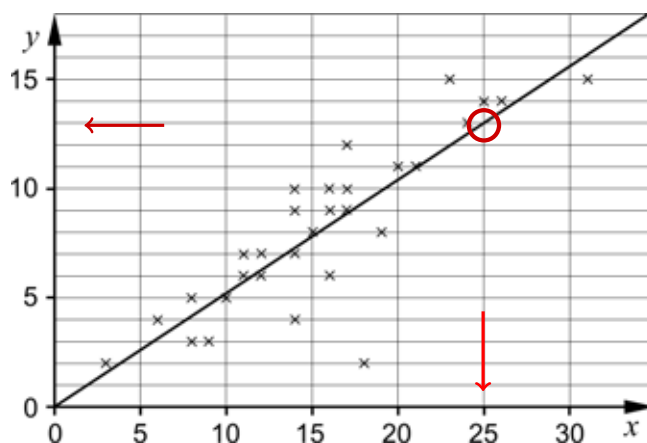
Räta linjen

$$y = kx + m \quad k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Andragradsfunktioner

$$y = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

Linjen går genom $(0, 0)$. Leta reda på ytterligare en “bra” punkt i grafen. Med “bra” menas att det ska vara lätt att läsa av x - och y -koordinat. Den markerade punkten har koordinaterna $(25, 13)$ och vi får $k = \frac{13}{25} = 0,52$ vilket ger att linjens ekvation är $y = 0,52 \cdot x$.



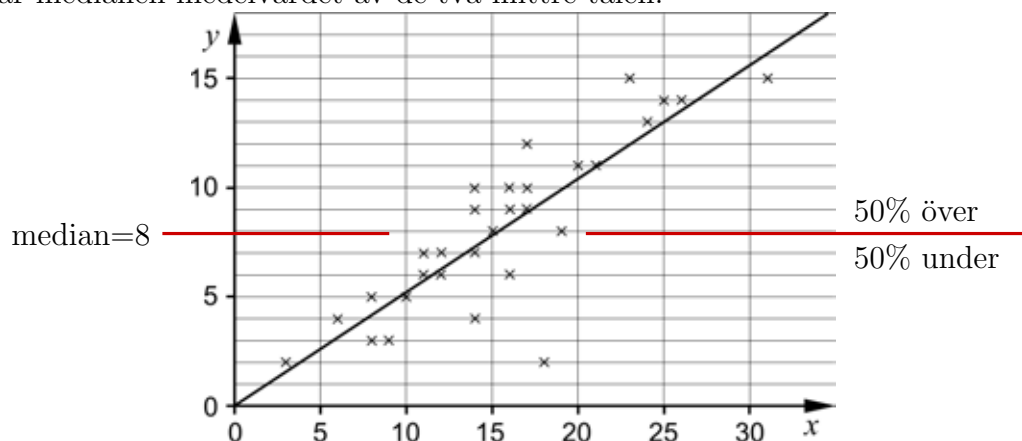
Svar a) Linjens ekvation är $y = 0,52 \cdot x$.

b) Tolka sambandet

Svar b) 50% av antalet fångade kräftor är stora.

c) Bestäm medianen för antalet stora kräftor

Medianen är värdet i mitten om antalet tal är udda. När antalet tal är jämnt, som i detta fall, är medianen medelvärdet av de två mittre talen.



Svar c) Medianen är 8.

Kommentar I Skolverkets rättningsnorm står följande.

15.

Max 1/2

- a) Redovisad godtagbar lösning med ett svar där riktningskoefficienten k är i intervallet $0,50 < k < 0,53$ ($y = 0,50x$) +1 g
- b) Godtagbar tolkning ("Antalet stora kräftor är 50 % av totala antalet kräftor") +1 vg
- c) Korrekt svar (8 kräftor) +1 vg

Skolverkets norm visar hur noga k ska bestämmas och hur delfråga **c** ska besvaras. Med 30 burar är det överdrivet att säga att 52% av fångade kräftor är stora.

Del 2 # 16 (0/2/⊗) Medelvärde, median och variationsbredd

Ma2

- 16.** En grupp på 5 personer gjorde ett test som kan ge maximalt 85 poäng. Både medelvärdet och medianen för gruppen blev 54 poäng. Variationsbredden var 40 poäng.

Är det möjligt att någon i gruppen fick 85 poäng? Förklara.

(0/2/⊗)

Arbeta systematiskt, uppgiften rymmer 5 olika fakta. Vi håller koll på vilka av dessa fakta vi nyttjat under lösningens gång. Vi börjar med att beräkna totalpoängen.

$$\underbrace{5}_{\text{personer}} \cdot \underbrace{54}_{\text{medelvärde}} = 270$$

FAKTA	poäng	nyttjad
5 personer	—	JA
maximalt	85	NEJ
medelvärde	54	JA
medianvärde	54	NEJ
variationsbredd	40	NEJ

Antag att en person har fått maximalt antal poäng, 85.

$$\underbrace{270}_{\text{total}} - \underbrace{85}_{\text{max}} = 185$$

FAKTA	poäng	nyttjad
5 personer	—	JA
maximalt	85	JA
medelvärde	54	JA
medianvärde	54	NEJ
variationsbredd	40	NEJ

En person har fått 45 poäng eftersom variationsbredden är 40 poäng, $85 - 40 = 45$.

$$\underbrace{270}_{\text{total}} - \underbrace{85}_{\text{max}} - \underbrace{45}_{\text{min}} = 140$$

FAKTA	poäng	nyttjad
5 personer	—	JA
maximalt	85	JA
medelvärde	54	JA
medianvärde	54	NEJ
variationsbredd	40	JA

Medianvärdet 54 poäng är den enda faktauppgift som inte är nyttjad. Med ett udda antal personer måste en person ha 54 poäng, medianvärdet.

$$\underbrace{270}_{\text{total}} - \underbrace{85}_{\text{max}} - \underbrace{45}_{\text{min}} - \underbrace{54}_{\text{median}} = 86$$

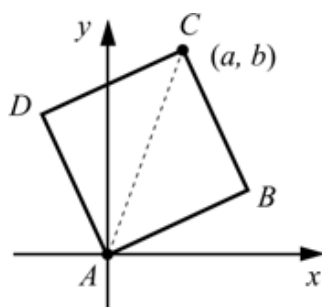
Försök fördela återstående 86 poäng så att kravet på medianvärde blir uppfyllt. Ett tal måste vara 54 eller större och ett mindre, men $86 - 54 = 32$ vilket innebär att kravet på variationsbredd inte blir uppfyllt.

Svar NEJ det är inte möjligt.

Del 2 # 17 (3/4/⊗) Area hos kvadrat

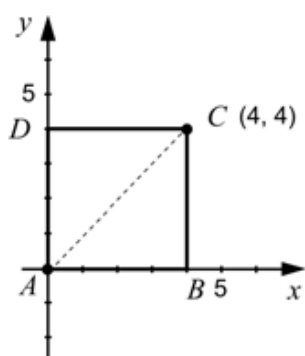
17. Nedan visas några kvadrater med olika storlek i ett koordinatsystem, se figur 1 – 4. Alla kvadraterna har ett hörn A placerat i origo. Koordinaterna för det motstående hörnet C för respektive kvadrat finns också angivet i figurerna.

- Undersök hur placeringen av hörnet C i en kvadrat påverkar arean av kvadraten. Bestäm ett samband mellan koordinaterna för punkten C och kvadratens area.
Hörnet A är alltid placerat i origo. Se figur 1.

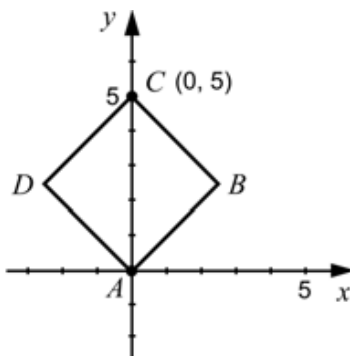


figur 1

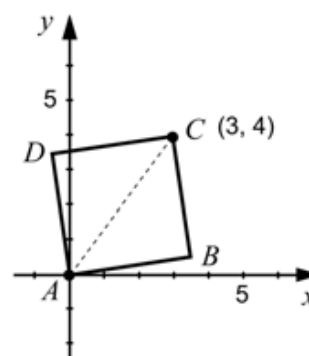
Om du vill kan du börja din undersökning genom att bestämma areorna för kvadraterna i figur 2, figur 3 och figur 4 och sedan formulera en slutsats om hur läget av punkten C (det vill säga C 's koordinater) påverkar kvadraternas areor.



figur 2



figur 3

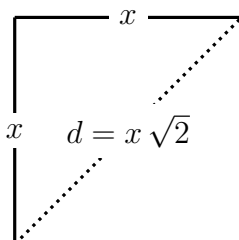


figur 4

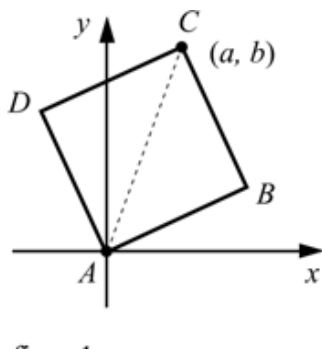
(3/4/⊗)

En kvadrat med sidan x har arean $A = x^2$. Diagonalen d i en kvadrat kan beräknas med

Pythagoras sats till $d = x\sqrt{2}$, vilket ger $x = \frac{d}{\sqrt{2}}$ och $A = \frac{d^2}{2}$.



Enligt uppgiften ligger kvadratens hörn A i $(0, 0)$ och motstående hörn C i (a, b) .



Kvadratens diagonal kan beräknas med avståndsformeln som finns i FORMELSAMLINGEN.

Avståndsformeln

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Mittpunktsformeln

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ och } y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Vi får

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

och kvadratens area blir

$$A = \frac{a^2 + b^2}{2}.$$

Svar Kvadratens area A är $\frac{a^2 + b^2}{2}$.