Innehåll

Förord

Skolverket har endast publicerat *ett* kursprov till kursen Ma 2. Innehållet i den äldre kursen Ma B hör nu till Ma 1 och/eller Ma 2. I tabellen nedan framgår vilka uppgifter som är lämpliga till respektive kurs.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ma 1		2			5	6	7								15
Ma 2	1	2	3	4			7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ma 2a															
Ma 2bc															

Kom ihåg

- Matematik är att vara tydlig och logisk
- Använd text och inte bara formler
- Rita figur (om det är lämpligt)
- Förklara införda beteckningar

Du ska visa att du kan

- Formulera och utvecklar problem, använda generella metoder/modeller vid problemlösning.
- Analysera och tolka resultat, dra slutsatser samt bedöma rimlighet.
- Genomföra bevis och analysera matematiska resonemang.
- Värdera och jämföra metoder/modeller.
- Redovisa välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.

MaB VÅREN 2000 LÖSNINGAR

Uppgift # 1 (2p) 2:a gradsekvation

Ma2

1.	Lös ekvationen $x^2 - 6x + 8 = 0$	(2p)

Använd FORMELSAMLINGEN.

Regler	**Andragradsekvationer**
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$x^2 + px + q = 0$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	

$$0 = x^2 \underbrace{-6}_{p=-6} \cdot x + \underbrace{8}_{q=8}.$$

Med $p = -6$ och $q = 8$ får vi

$$x_1 = 3 + \sqrt{3^2 - 8} = 3 + \sqrt{1} = 3 + 1 = 4$$
$$x_2 = 3 - \sqrt{3^2 - 8} = 3 - 1 = 2.$$

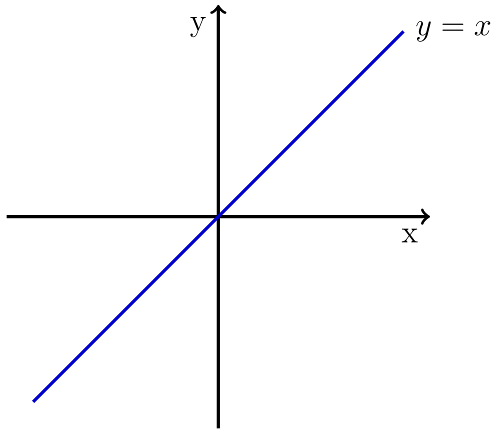
Svar $x_1 = 4$ och $x_2 = 2$

Uppgift # 2 (2p) Räta linjen

Ma1
Ma2

2.	Rita en rät linje i ett koordinatsystem. Ange riktningskoefficienten för linjen.	(2p)

Det finns många linjer. Välj något enkelt. Tag linjen $y = x$. Den går genom origo och har riktningskoefficienten (lutningen) $k = 1$.



Svar Se figuren ovan.

Uppgift # 3 (1p) Vilken funktion ger grafen?

Ma2

3. Vilken av funktionerna kan ge den graf du ser i figuren?

Endast svar fordras (1p)

a) $y = 2x + 3$

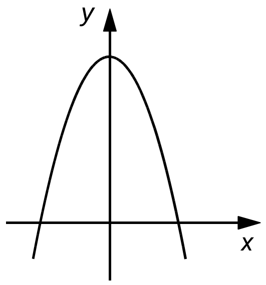
b) $y = 2x - 3$

c) $y = -2x + 3$

d) $y = x^2 + 3$

e) $y = -x^2 + 3$

f) $y = -x^2 - 3$



Fall		Kommentarer
a)	NEJ	rät linje stämmer inte med figuren
b)	NEJ	rät linje stämmer inte med figuren
c)	NEJ	rät linje stämmer inte med figuren
d)		$y(0) = 3$. Enligt figuren är $y(0) > 0$. MÖJLIGT alternativ
e)		$y(0) = 3$. Enligt figuren är $y(0) > 0$. MÖJLIGT alternativ
f)	NEJ	$y(0) = -3$. Enligt figuren är $y(0) > 0$. INTE möjligt alternativ

Undersök alternativ **d)** och **e)**.

Fall	Kommentarer
d)	$y = x^2 + 3$ har minimum för $x = 0$. Stämmer inte med figuren.
e)	$y = -x^2 + 3$ har maximum för $x = 0$. Stämmer med figuren.

Svar Alternativ **e** passar ihop med grafen i uppgiften.

Uppgift # 4 (2p) Linjärt ekvationssystem

Ma2

4. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 2x + y = 11 \\ 3x - 2y = 34 \end{cases}$ (2p)

$$\begin{array}{rcrcrl} 2x & + & y & = & 11 & \quad \text{1:a ekvationen} \\ 3x & - & 2y & = & 34 & \quad \text{2:a ekvationen} \end{array}$$

Strategi: Behåll 1:a ekvationen och eliminera (ta bort) koefficienten (talet) framför x i andra ekvationen. Subtrahera 1,5 $\times$ 1:a ekvationen från 2:a ekvationen. Vi får då:

$$\begin{array}{rcrcrl} 2x & + & y & = & 11 & \quad \text{1:a ekvationen} \\ & - & 3{,}5\,y & = & 17{,}5 & \quad \text{ny 2:a ekvationen ger } y = \frac{17{,}5}{-3{,}5} = -5 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcrcrl} 2x & + & y & = & 11 & \quad \text{med } y = -5 \text{ blir } x = 8 \\ & - & 3{,}5\,y & = & 17{,}5 & \end{array}$$

Svar $x = 8$ och $y = -5$.

Kommentar Ovanstående sätt att lösa linjära ekvationssystem kallas Gauss-elimination (triangulering) med bakåtsubstitution och är det bästa sättet för system med fler obekanta. System med två obekanta är lätt att lösa utan "metod".

Alternativ lösning

$$\begin{array}{rcrcrl} 2x & + & y & = & 11 & \quad \text{1:a ekvationen} \\ 3x & - & 2y & = & 34 & \quad \text{2:a ekvationen} \end{array}$$

Eliminera y ur 1:a ekvationen. Vi får

$$y = 11 - 2x$$

Använd denna ekvation för att eliminera y ur 2:a ekvationen som blir

$$\begin{array}{rcrcrl} 3x & - & 2\cdot(11-2x) & = & 34 & \\ 3x & - & 22 + 4x & = & 34 & \\ 7x & & & = & 34 + 22. & \quad \text{Detta ger } x = 8. \end{array}$$

Sätt in $x = 8$ i någon av de två ekvationerna, då blir $y = -5$.

Uppgift # 5 (3p) Fyrsidig tärning

Ma1

5. I vissa rollspel används en regelbunden fyrsidig tärning (en tetraeder). Sidorna är numrerade 1, 2, 3 och 4.

a) Hur stor är sannolikheten att man får en etta då man kastar denna tärning?
Endast svar fordras (1p)

b) Hur stor är sannolikheten att man får sammanlagt summan 5 om man kastar tärningen två gånger? (2p)

a)

$$\text{sannolikheten att få en } \textit{etta} \text{ är} \quad = \quad \frac{\text{antal utfall med en } \textit{etta}}{\text{totala antalet utfall}} = \frac{1}{4}$$

Svar a) Sannolikheten att få en *etta* är $\frac{1}{4}$ eller 0,25.

b)
I tabellen visas alla möjliga utfall vid två kast med en 4-sidig tärning.

antal prickar	kombinationer			
2	1+1			
3	1+2	2+1		
4	1+3	2+2	3+1	
⇒ 5	1+4	2+3	3+2	4+1
6		2+4	3+3	4+2
7			3+4	4+3
8				4+4

$$\text{sannolikheten att få summan 5 är} \quad = \quad \frac{\text{antal utfall med summan 5}}{\text{totala antalet utfall}} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

Svar b) Sannolikheten att få summan 5 är $\frac{1}{4}$ eller 0,25

Uppgift # 6 (1p) Olikhet

Ma1

6.	Ange ett tal x som är sådant att $3x + 5 < x - 1$	*Endast svar fordras*	(1p)

Notera problemformuleringen *ange ETT tal.* Det räcker alltså att ange *ett* tal. Pröva med något enkelt, 0 duger inte. Pröva något annat, -100 duger då $-300 + 5 < -100 - 1$.

Svar -100.

Kommentar: Om frågan handlat om för vilka x det gäller att $3\,x + 5 < x - 1$ så får du använda räknereglerna för olikheter. För olikheter gäller samma räkneregler som för likheter utom att vid multiplikation av bägge leden med ett negativt tal så vänder olikhetstecknet.

$$\begin{aligned} 3\,x + 5 &< x - 1 \\ 3\,x + 5 - 5 &< x - 1 - 5 \\ 3\,x &< x - 6 \\ 3\,x - x &< x - 6 - x \\ 2\,x &< -6 \\ x &< -3 \end{aligned}$$

Alla x mindre än minus 3 duger alltså.

Uppgift # 7 (2p) Rät linje

Ma1
Ma2

7.	Punkterna $(3,\ 2)$ och $(-1,\ 4)$ ligger på linjen $y = kx + m$. Bestäm värdet på konstanterna k respektive m.	(2p)

Använd FORMELSAMLINGEN.

Räta linjen		**Andragradsfunktioner**	
$y = kx + m$	$k = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$y = ax^2 + bx + c$	$a \neq 0$

Givet

$$\begin{aligned} (x_1, y_1) &= (\ \ 3, 2) \\ (x_2, y_2) &= (-1, 4) \end{aligned}$$

Bestäm k

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-2}{-1-3} = \frac{2}{-4} = -0{,}5$$

Använd $y = k\,x + m$ och en av de två punkterna för att bestämma m.

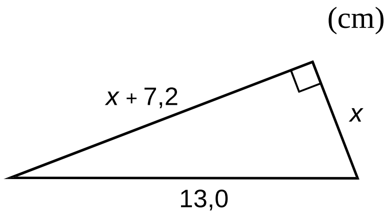
$$\begin{aligned} y_1 &= k\,x_1 + m \\ 2 &= -0{,}5 \cdot 3 + m \\ m &= 3{,}5 \end{aligned}$$

Svar $y = -0,5\,x + 3,5$

Uppgift # 8 (3p) Triangel

Ma2

8. Beräkna längden av triangelns kortaste sida. (3p)



Använd Pythagoras sats

$$\begin{aligned}
13^3 &= x^2 + \underbrace{(x+7,2)^2}_{x^2+14{,}4\,x+7{,}2^2} \\
13^2 &= 2\,x^2 + 14{,}4\,x + 51{,}84 \\
0 &= 2\,x^2 + 14{,}4\,x \underbrace{-117,16}_{51{,}84-13^2}
\end{aligned}$$

Dela med 2 så att du kan använda pq-formeln.

$$0 = x^2 + 7{,}2\,x - 58{,}58$$

Använd pq-formeln

$$\begin{aligned}
x_1 &= -3{,}6 + \sqrt{3{,}6^2 + 58{,}58} = -3{,}6 + \sqrt{71{,}54} = -3{,}6 + 8{,}46 = 4{,}86 \\
x_2 &= \qquad = -3{,}6 - 8{,}46 = -12{,}06
\end{aligned}$$

Frågan gällde triangelns kortaste sida.

Svar Kortaste sidan är 4,9.

Uppgift # 9 (2p) Normalfördelning

Ma2

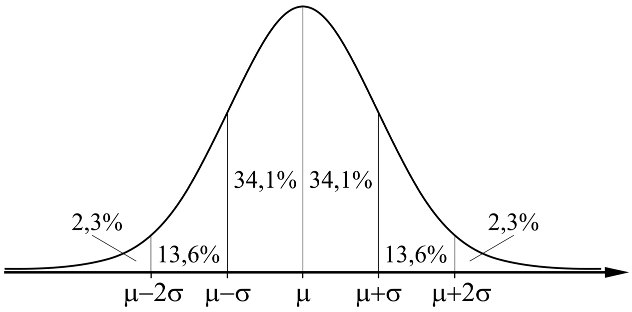
9. Ulf och Lina ska fiska kräftor. Reglerna säger att man får fiska med fyra burar och bara behålla de kräftor som är minst 11 cm långa. Mindre kräftor måste läggas tillbaka i ån.

Man kan anta att längden på kräftorna är normalfördelad med medelvärdet 12,2 cm och standardavvikelsen 1,2 cm. När fisket är avslutat har Ulf och Lina med sig 60 st kräftor hem.

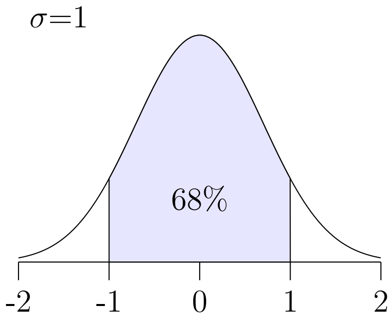
Hur många kräftor bör de ha fått totalt? (2p)

I FORMELSAMLINGEN finns följande bild:

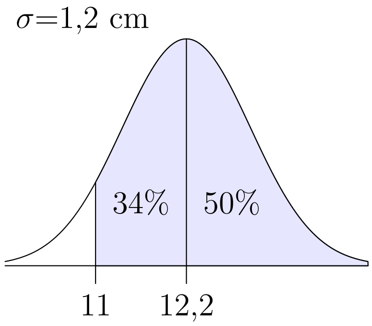
Normalfördelning



För normalfördelade data gäller att 50% av mätvärdena ligger över medelvärdet och 50% ligger under medelvärdet. Standardavvikelsen σ är ett mått på spridningen av data. Ett litet värde på standardavvikelsen σ betyder att data ligger nära medelvärdet och ett stort värde på standardavvikelsen σ betyder att data är mer spridda. Det gäller också att 68,2% av alla mätvärden finns inom avståndet en standardavvikelse från medelvärdet.



För kräftorna gäller att medelvärdet av längden är 12,2 cm med standardavvikelsen 1,2 cm. Detta betyder att 34,1% av alla kräftor har en längd mellan 11 och 12,2 cm. 50% av kräftorna har en en längd över medelvärdet. Då har 34,1+50=84,1% av alla kräftor en längd över minsta längden. Ulf och Lina har fångat x stycken kräftor och behållit 84,1% eller 60 stycken.



$$x = \frac{60}{0{,}841} \approx 71$$

Svar De har fångat 71 kräftor.

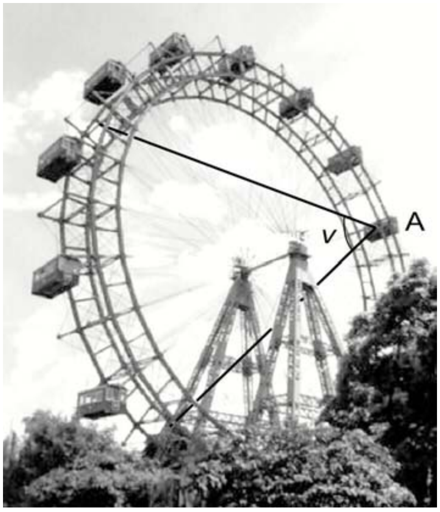
Kommentar Normalfördelningen är symmetrisk kring medelvärdet. För symmetriska fördelningar gäller att medelvärdet och medianvärdet är lika. För fördelningar som inte är symmetriska blir medelvärde och medianvärde inte lika. Det finns fördelningar som är symmetriska och inte är normalfördelningar.

Uppgift #10 (2p) Pariserhjul och randvinkelsatsen

Ma2

10. I pariserhjulet Riesenrad i Wien finns 15 korgar, placerade lika långt från varandra (se figur). Tänk dig att du själv åker i korg A. Du har med en kamera och vill fotografera tre andra korgar som dina vänner åker i.

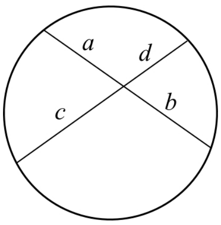
Hur stor måste bildvinkeln v vara för att du ska få en bild på det sätt som figuren visar? (2p)



Använd FORMELSAMLINGEN, där finns randvinkelsatsen.

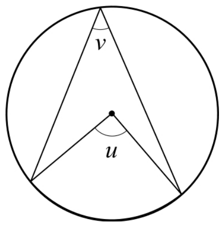
Kordasatsen

$ab = cd$

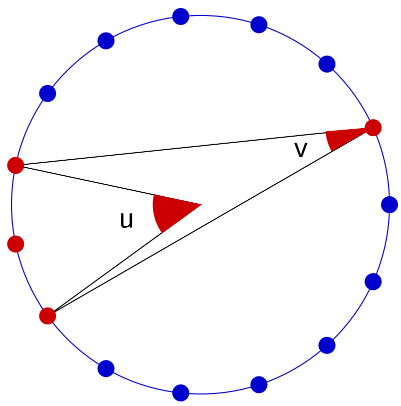


Randvinkelsatsen

$u = 2v$



Börja med att rita cirkeln och markera 3+1 korgar. Det finns 15 korgar på hjulet då blir medelpunktsvinkeln mellan två korgar $\frac{360°}{15} = 24°$. Medelpunktsvinkeln u mellan tre korgar blir då $2 \cdot 24° = 48°$. Enligt randvinkelsatsen i formelsamlingen är medelpunktsvinkeln u dubbelt så stor som randvinkeln v till samma cirkelbåge. Den eferfrågade vinkeln blir 24°.

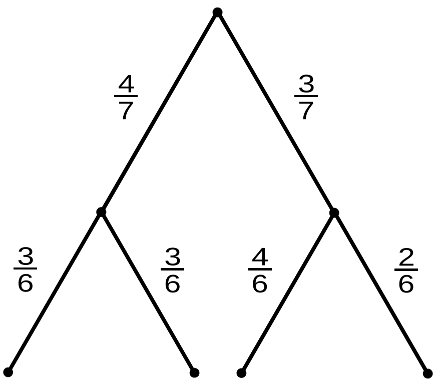


Svar Den sökta vinkeln är 24°.

Uppgift #11 (3p) Sannolikhet

Ma1

11.

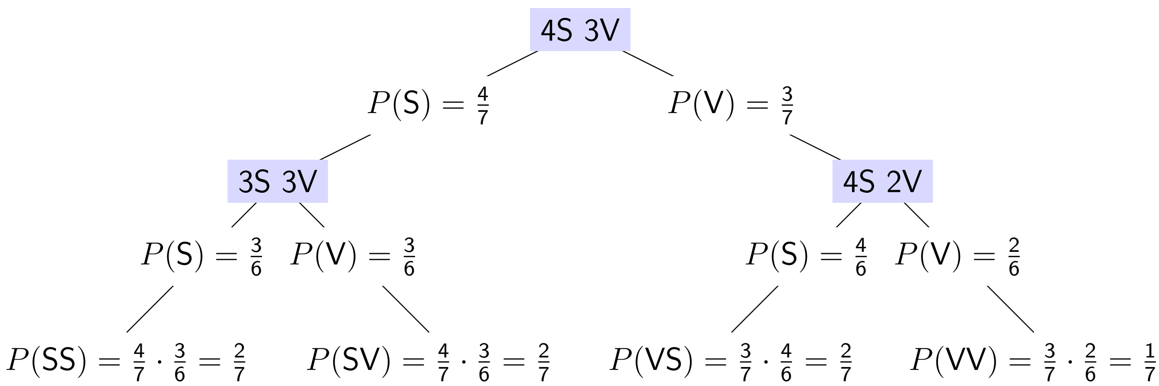


a) Ovan ser du ett träddiagram. Ge ett förslag på en händelse som kan beskrivas av diagrammet. (2p)

b) Formulera en fråga som besvaras med den uträknade sannolikheten: (1p)

$$P = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{7}$$

a) Träddiagrammet beskriver ett slumpförsök i två steg. I det första steget finns det 4+3=7 kulor. Vi drar en kula slumpmässigt. I det andra steget finns det 6 kulor. Det andra steget är beroende av vad som hänt i det första steget. Det kan finnas 3 svarta + 3 vita kulor eller 4 svarta + 2 vita. Bilden nedan illustrerar.



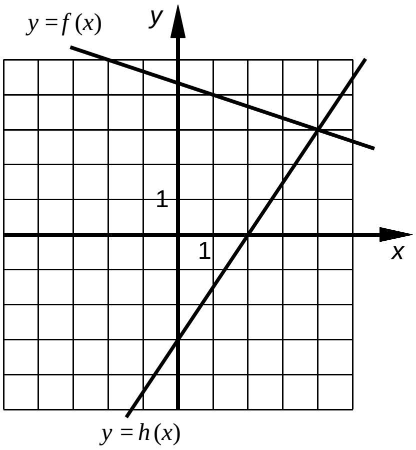
b) En möjlig fråga är: *Vad är sannolikheten att få 2 vita kulor om du tar 2 kulor ur en låda med 4 svarta och 3 vita kulor?*

Kommentar Notera att sannolikheten att först få en svart och sedan en vit, $\mathsf{P(SV)} = \frac{2}{7}$, är lika stor som sannolikheten att först få en vit och sedan svart, $\mathsf{P(VS)} = \frac{2}{7}$.

Uppgift #12 (3p) Linjära grafer

Ma2

12.



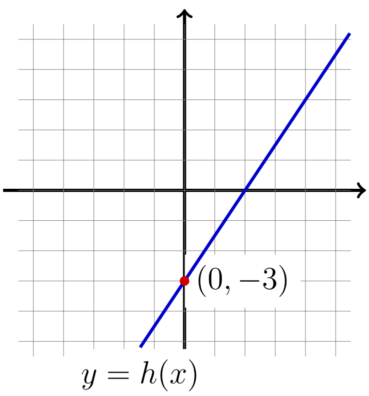
I figuren till vänster visas graferna till de två ekvationerna $y = f(x)$, $y = h(x)$

a) Bestäm $h(0)$ (1p)
Endast svar fordras

b) Bestäm det x-värde för vilket $h(x) = 0$ (1p)
Endast svar fordras

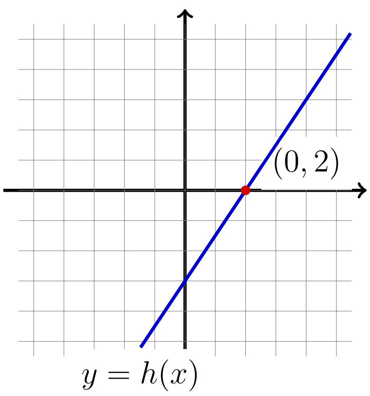
c) Använd figuren för att bestämma lösningen till ekvationssystemet
$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = h(x) \end{cases}$$
(1p)
Endast svar fordras

A/ Bestäm $h(0)$



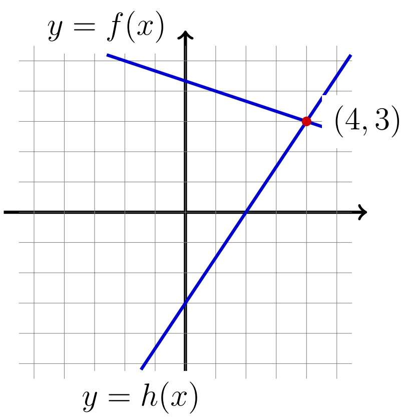
Svar $h(0) = -3$

B/ $h(x) = 0$ bestäm x



Svar $x = 2$

C/ Lös $y = f(x)$
$y = h(x)$

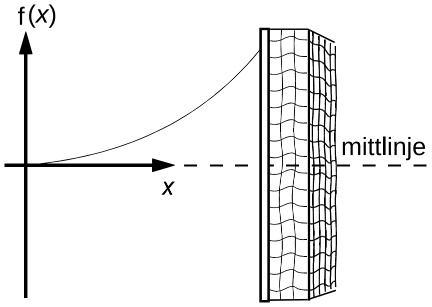


Svar $x = 4, \quad y = 3$

Uppgift #13 (6p) 2:a gradsfunktion och linjärt ekvationssytem

Ma2

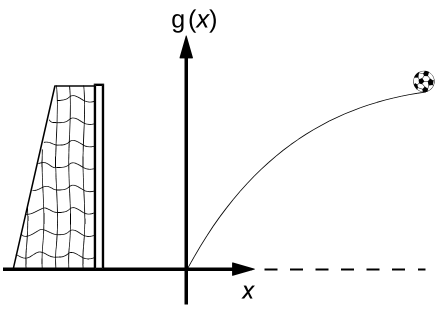
13. Calle jobbar hos en datorspeltillverkare och gör ett fotbollsspel.



För att beskriva bollbanan sedd uppifrån för skruvade skott mot mål väljer Calle en funktion $f(x) = 0{,}005x^2 + 0{,}15x$ där x meter är avståndet från origo mot målet och $f(x)$ meter är bollens avvikelse från planens ”mittlinje” (se figur).

a) Hur många meter från ”mittlinjen” är bollen efter 10 meter i x-led? (1p)

b) Hur långt från målet är skytten om bollen går i mål vid målvaktens högra stolpe? Målet är 7,32 meter brett. (2p)



Calle tänker använda en annan funktion som beskriver bollbanan sedd från sidan för t.ex. inspark. Han väljer funktionen $g(x) = ax^2 + bx$, där x är avståndet från origo mätt längs marken och $g(x)$ är bollens höjd över marken

c) Beräkna a och b, om bollen efter 10 meter i x-led är 4 meter över marken och efter 20 meter i x-led slår ner i marken igen. (3p)

Lösning delfråga a

Givet

$$f(x) = 0{,}005\,x^2 + 0{,}15\,x.$$

Beräkna $f(x)$ då $x = 10$.

$$f(10) = 0,005 \cdot 10^2 + 0{,}15 \cdot 10 = 0{,}5 + 1{,}5 = 2$$

Svar a) 2 meter.

Lösning delfråga b

Stolpen är $\frac{7{,}32}{2} = 3{,}66$ meter vid sidan av mittlinjen. Lös ekvationen

$$3{,}66 = 0{,}005\,x^2 + 0{,}15\,x.$$

Använd FORMELSAMLINGEN.

Regler	**Andragradsekvationer**
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$x^2 + px + q = 0$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

Skriv om ekvationen så den får samma form som i formelsamlingen.

$$\begin{aligned}
0 &= 0{,}005\,x^2 + 0{,}15\,x - 3{,}66 \\
0 &= x^2 + \frac{0{,}15}{0{,}005}\,x - \frac{3{,}66}{0{,}005} \\
0 &= x^2 + 30\,x - 732 \\
x_1 &= -15 + \sqrt{15^2 - (-732)} = -15 + 30{,}9 = \quad 15{,}9 \\
x_2 &= -15 - \sqrt{15^2 - (-732)} = -15 - 30{,}9 = -45{,}9
\end{aligned}$$

Välj roten x_1=15,9 m eftersom målet har positiv x-koordinat.

Svar b) 15,9 meter.

Lösning delfråga c

Givet

$$g(x) \quad = \quad a\,x^2 + b\,x$$

Enligt uppgiften gäller att $g(10) = 4$ och g(20)=0. Detta betyder att vi får ett linjärt ekvationssystem med två obekanta.

$$\begin{array}{rcccrcccr}
10^2 & \cdot & a & + & 10 & \cdot & b & = & 4 \\
20^2 & \cdot & a & + & 20 & \cdot & b & = & 0
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcccrcccrl}
100 & \cdot & a & + & 10 & \cdot & b & = & 4 & \text{1:a ekv} \\
400 & \cdot & a & + & 20 & \cdot & b & = & 0 & \text{2:a ekv}
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcccrcccrl}
100 & \cdot & a & + & 10 & \cdot & b & = & 4 & \text{1:a ekv} \\
 & & & & -20 & \cdot & b & = & -16 & \text{ny 2:a ekv} = \text{2:a ekv - 4} \times \text{1:a ekv}
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcccrcccrl}
100 & \cdot & a & + & 10 & \cdot & b & = & 4 & \text{1:a ekv} \\
 & & & & -20 & \cdot & b & = & -16 & b = 0{,}8
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcccrcccrl}
100 & \cdot & a & + & 10 & \cdot & b & = & 4 & \text{med } b = 0{,}8 \text{ blir } a = -0{,}04 \\
 & & & & -20 & \cdot & b & = & -16 &
\end{array}$$

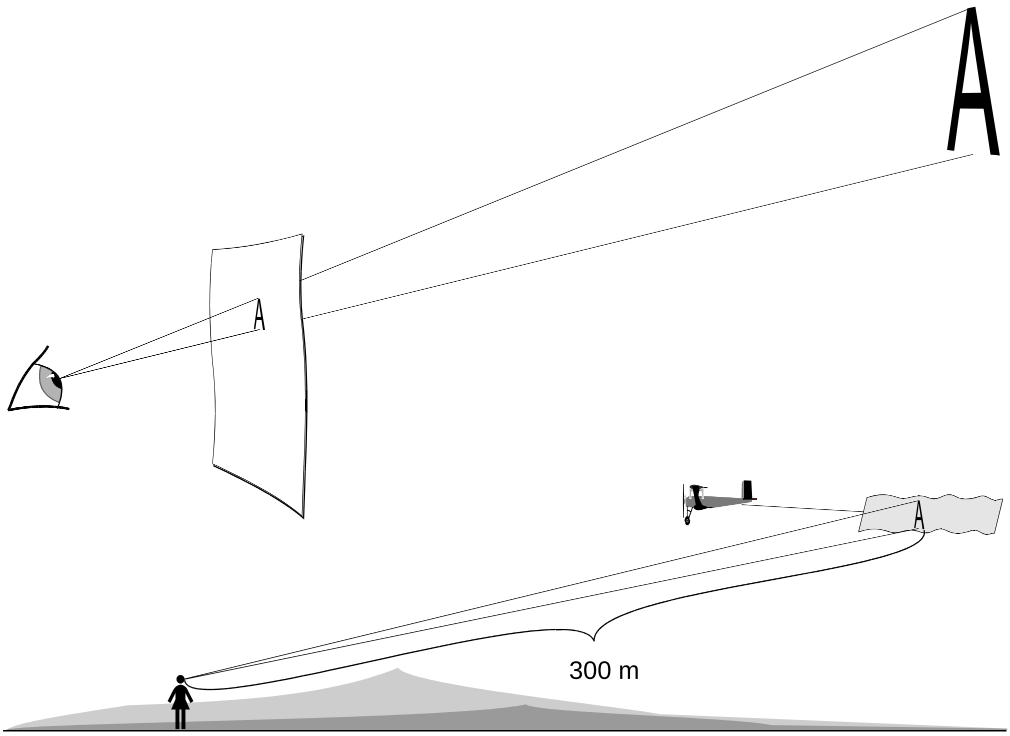
Svar c) $a = -0{,}04$ och $b = 0{,}8$.

Uppgift #14 (3p) Likformighet, läsbarhet

Ma2

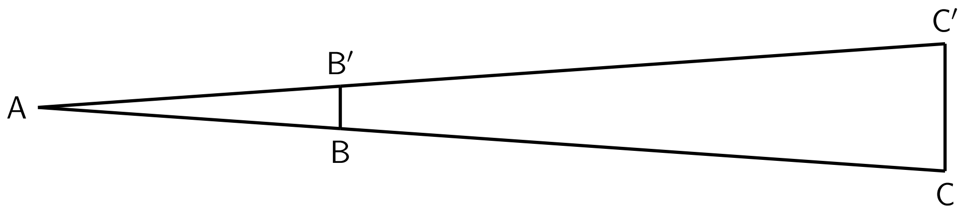
14. När Karin är på Gran Canaria ser hon ett mindre flygplan som har en reklambanderoll efter sig. Hon funderar på ungefär hur höga bokstäverna ska vara för att budskapet ska kunna läsas från marken. Karin bedömer att planet flyger på ca 300 meters avstånd.

Gör egna uppskattningar av de mått du behöver och hjälp Karin att beräkna ett ungefärligt värde på hur höga bokstäverna är. (3p)

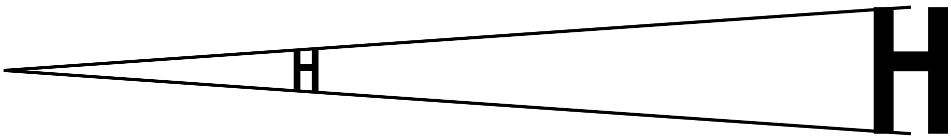


Figurerna ej skalenligt ritade.

Beskriv problemet med två likbenta triangelar $\mathsf{ABB'}$ och $\mathsf{ACC'}$ som är likformiga. Gör en uppskattning av *läsbarhet*. En ruta på ett rutat papper är 5×5 mm och en bokstav med den storleken går utan problem att läsa på avståndet 1m.



Låt triangeln $\mathsf{ABB'}$ ha höjden 1 m och låt sträckan $\mathsf{BB'}$ vara 5 mm. Triangeln $\mathsf{ACC'}$ har höjden 300 m. Beräkna sträckan $\mathsf{CC'}$ med likformighet.



Texthöjd 5 mm
Avstånd 1 m

Texthöjd 300×5 mm
Avstånd 300×1 m

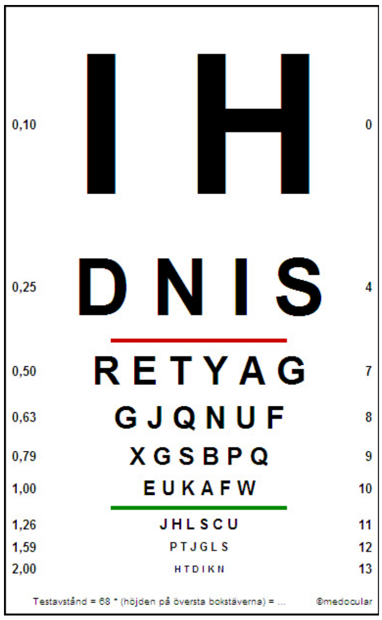
Uppskattad texthöjd blir 300×5 mm, 1,5 m.

Svar En rimlig höjd på bokstäverna är 1,5 meter.

Kommentar till uppskattningen av läsbarhet

Synskärpan mäts vanligen genom att man kontrollerar ögats förmåga att känna igen vissa bokstäver. Normal synskärpa kallas 1,0 och synskärpan varierar från 0,6 till 2,0. Med normal synskärpa går det att läsa bokstäver som är 5 mm höga på 3,4 meters avstånd. Med synskärpan 0,5 går det att läsa bokstäver som är 10 mm höga på samma avstånd.

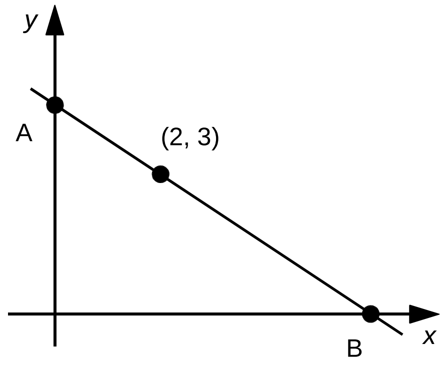
Om vi räknar med synskärpan 0,5 som de flesta människor minst har blir sträckan $\mathsf{BB'}$ 1 cm och höjden i triangeln $\mathsf{ABB'}$ 3,4 m. Med dessa siffror blir bokstavshöjden på planet 0,9 m. Vår enkla uppskattning av *läsbarheten* är alltså fullt rimlig.



Uppgift #15 (3p) Rät linje

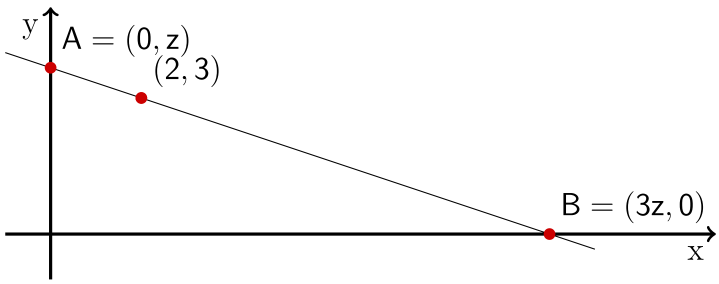
Ma1
Ma2

15.



En rät linje genom punkten (2, 3) skär positiva y-axeln i A och positiva x-axeln i B, se figur. Punkten B har en x-koordinat som är tre gånger så stor som y-koordinaten för punkten A. Bestäm y-koordinaten för punkten A exakt. (3p)

Problemet är att bestämma y-koordinaten för A exakt. *Punkten* B *har en* x*-koordinat som är tre gånger så stor som* y*-koordinaten för punkten* A. Antag att $A = (0, z)$ då blir $B = (3z, 0)$. Figuren visar problemet i rätt skala.



Problemet handlar om en rät linje. Använd FORMELSAMLINGEN.

Räta linjen		**Andragradsfunktioner**	
$y = kx + m$	$k = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$y = ax^2 + bx + c$	$a \neq 0$

Det finns flera olika möjliga sätt att lösa problemet. Här visas 3 olika varianter.

Variant 1, lösning med $k = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Riktningskoefficienten k_{A} för en en linje genom $\mathsf{A} = (0, z)$ och $(2, 3)$ är

$$k_{\mathsf{A}} = \frac{z-3}{0-2}$$

och riktningskoefficienten k_{B} för en en linje genom $\mathsf{B} = (3\,z, 0)$ och $(2, 3)$ är

$$k_{\mathsf{B}} = \frac{0-3}{3\,z-2}.$$

Om A, $(2, 3)$ och B ligger på samma linje så måste $k_{\mathsf{A}} = k_{\mathsf{B}}$ alltså

$$\frac{z-3}{0-2} = \frac{0-3}{3\,z-2}.$$

Vi får

$$\begin{aligned}
(3\,z-2)\,(z-3) &= (-2)\,(-3)\\
3\,z^2 - 11\,z + 6 &= 6\\
\underbrace{(3\,z-11)}_{z=\frac{11}{3}}\,\underbrace{z}_{z=0} &= 0
\end{aligned}$$

Lösningen $z = 0$ betyder att A och B båda ligger i origo. Detta är inte den efterfrågade lösningen. Den intressanta lösningen är $z = \frac{11}{3}$.

Svar y-koordinaten för A är $\frac{11}{3}$.

Variant 2, lösning med $y = k \cdot x + m$

Enligt formelsamlingen gäller att riktningskoefficienten för en linje som går genom punkterna A och B är

$$k = \frac{z-0}{0-3\,z} = \frac{z}{-3\,z} = \frac{-1}{3}.$$

Linjen går genom punkten $(2, 3)$ och detta betyder att

$$\begin{array}{ccccccc}
3 & & \frac{-1}{3} & & 2 & & \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\
y & = & k & \cdot & x & + & m\\
 & & & & & & \downarrow\\
 & & & & & & \frac{11}{3}
\end{array}$$

m-värdet är linjens skärningspunkt med y-axeln.

Svar y-koordinaten för A är $\frac{11}{3}$.

Variant 3, lösning med $y - y_1 = k\,(x - x_1)$

Enligt formelsamlingen gäller att riktningskoefficienten för en linje som går genom punkterna A och B är

$$k = \frac{z-0}{0-3\,z} = \frac{z}{-3\,z} = \frac{-1}{3}.$$

En linje som går genom punkten $(2, 3)$ med riktningskoefficienten $k = \frac{-1}{3}$ kan skrivas

$$y - 3 = \frac{-1}{3}\,(x-2).$$

y-koordinaten för punkten A blir $(x = 0)$

$$\begin{aligned} y - 3 &= \frac{-1}{3}\,(0-2) \\ y &= 3 + \frac{2}{3} = \frac{11}{3}. \end{aligned}$$

Svar y-koordinaten för A är $\frac{11}{3}$.