Innehåll

Förord **2**

NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS B HÖSTEN 1998 **3**

NpMaB HT 1998 LÖSNINGAR **3**

Uppgift # 1 (2p) Lös ekvationen . . . 3
Uppgift # 2 (2p) Linjärt ekvationssystem . . . 4
Uppgift # 3 (3p) Andragradsfunktion . . . 5
Uppgift # 4 (3p) Dödlig dos . . . 7
Uppgift # 5 (2p) Lös ekvationen . . . 8
Uppgift # 6 (2p) Rät linje . . . 9
Uppgift # 7 (3p) Sannolikhet för rött ljus . . . 10
Uppgift # 8 (3p) Geometriskt problem på två sätt . . . 11
Uppgift # 9 (2p) Olikhet . . . 15
Uppgift # 10 (2p) Sannolikhet . . . 16
Uppgift # 11 (4p) Linjärt ekvationssystem . . . 17
Uppgift # 12 (2p) 2:a gradsekvation . . . 19
Uppgift # 13 (4p) Normalfördelad kattmat . . . 20
Uppgift # 14 (3p) von Kocks snöflinga . . . 22
Uppgift # 15 (3p) x-koordinat . . . 24

Förord

Skolverket har endast publicerat *ett* kursprov till kursen Ma 2. Innehållet i den äldre kursen Ma B hör nu till Ma 1 och/eller Ma 2. I tabellen nedan framgår vilka uppgifter som är lämpliga till respektive kurs.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ma1							7		9	10					
Ma2	1	2	3	4	5	6		8			11	12	13	14	15

Kom ihåg
- Matematik är att vara tydlig och logisk
- Använd text och inte bara formler
- Rita figur (om det är lämpligt)
- Förklara införda beteckningar

Du ska visa att du kan
- Formulera och utvecklar problem, använda generella metoder/modeller vid problemlösning.
- Analysera och tolka resultat, dra slutsatser samt bedöma rimlighet.
- Genomföra bevis och analysera matematiska resonemang.
- Värdera och jämföra metoder/modeller.
- Redovisa välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.

Uppgift # 1 (2p) Lös ekvationen

1.	Lös ekvationen $x^2 - 4x - 5 = 0$	(2p)

Använd FORMELSAMLINGEN

Regler	**Andragradsekvationer**
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$x^2 + px + q = 0$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	

$$x^2 \underbrace{-4}_{p=-4} \cdot x \underbrace{-5}_{q=-5} = 0$$

I vårt fall är $p = -4$ och $q = -5$. Detta ger

$$\begin{aligned} x_1 &= 2 + \sqrt{2^2 - (-5)} = 2 + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5 \\ x_2 &= 2 - \sqrt{2^2 - (-5)} = 2 - 3 = -1 \end{aligned}$$

Svar $x_1 = 5$ och $x_2 = -1$

Kommentar Kontrollera alltid att lösningarna uppfyller ekvationen.

Uppgift # 2 (2p) Linjärt ekvationssystem

2. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} x + y = 23 \\ 3x + 6y = 96 \end{cases}$ (2p)

Uppgiften är att lösa ekvationssystemet

$$\begin{array}{rcrcrl} x & + & y & = & 23 & \text{1:a ekvationen} \\ 3x & + & 6y & = & 96 & \text{2:a ekvationen} \end{array}$$

Strategi: Behåll 1:a ekvationen och eliminera (ta bort) koefficienten (talet) framför x i 2:a ekvationen. Subtrahera 3 $\times$ 1:a ekvationen från 2:a ekvationen. Vi får då:

$$\begin{array}{rcrcrl} x & + & y & = & 23 & \text{1:a ekvationen} \\ 3x\text{-}3x & + & 6y\text{-}3y & = & 96 \text{ - } 3\cdot 23 & \text{ny 2:a ekvation innehåller bara } y \end{array}$$

$$\begin{array}{rcrcrl} x & + & y & = & 23 & \text{1:a ekvationen} \\ & & 3y & = & 27 & \text{Lös y som blir y=9} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcrcrl} x & + & y & = & 23 & \text{Lös x, med y=9 blir x=14} \\ & & 3y & = & 27 & \text{y=9} \end{array}$$

Svar x=14 y=9.

Kommentar Kontrollera alltid att lösningen uppfyller ekvationerna.

Uppgift # 3 (3p) Andragradsfunktion

3. För en andragradsfunktion gäller att

- funktionens graf skär x-axeln för $x = -2$ och $x = 4$
- x^2 -termen är negativ

a) Rita ett koordinatsystem och markera de punkter där grafen skär x-axeln.
Endast svar fordras (1p)

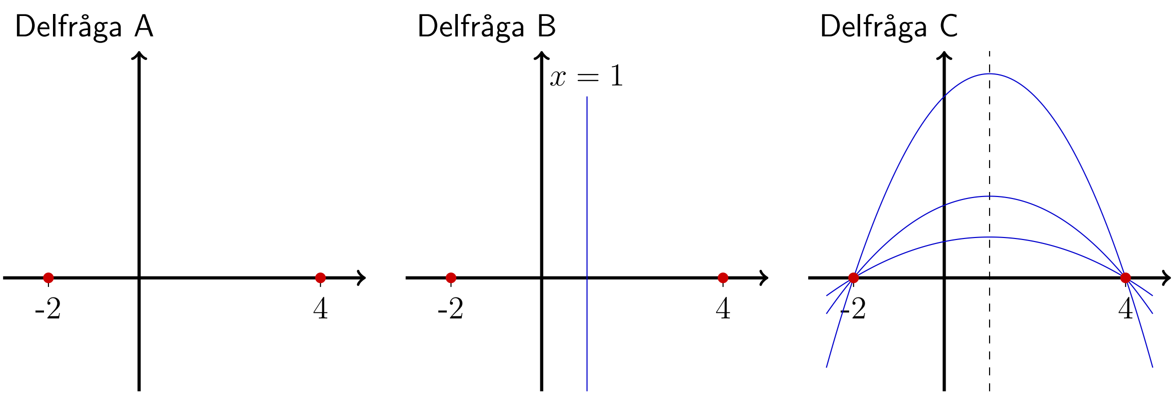
b) För vilket x-värde har funktionen sitt största eller minsta värde?
Endast svar fordras (1p)

c) Skissa i koordinatsystemet hur funktionens graf kan se ut.
Endast svar fordras (1p)

Funktionen är

$$y = K\,(x+2)\,(x-4) = K\,(x^2 - 2\,x - 8)$$

där $K < 0$.



Svar a) Se vänster figur.

Svar b) Se figuren i mitten. Funktionen har sitt största eller minsta värde på symmetrilinjen, alltså linjen $x = 1$.

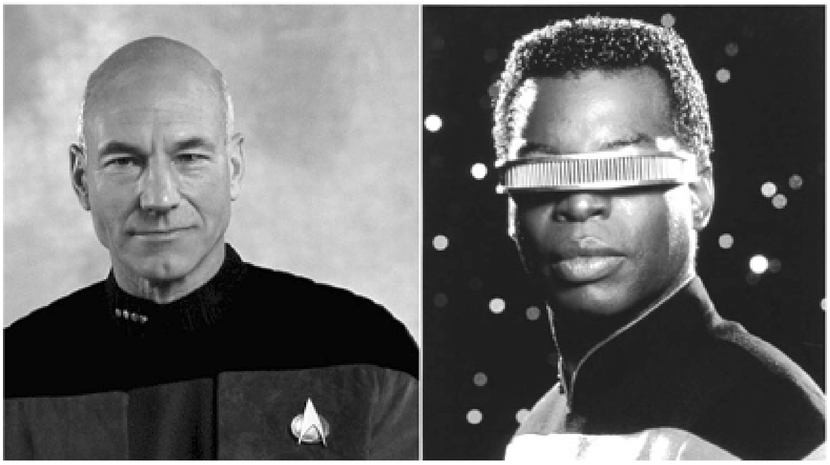
c) Funktionens största eller minsta värde är

$$y(1) = \overbrace{K}^{K<0}\overbrace{(x^2 - 2\,x - 8)}^{x=1} = -9\,K > 0$$

Svar c) Se höger figur. Det finns många (oändligt antal) olika andragradsfunktioner som skär x-axeln för $x = -2$ och $x = 4$. Tre olika grafer är markerade i figuren.

Uppgift # 4 (3p) Dödlig dos

4. I science-fictionserien *Star Trek The Next Generation* blir kapten Picard och chefsingenjör La Forge instängda i ett rum med radioaktiv strålning. När La Forge avläser sitt mätinstrument har de redan fått stråldosen 93 rad. Stråldosen ökar med 4 rad/minut. Stråldosen 350 rad är dödlig.



a) Ställ upp ett uttryck som beskriver stråldosen *y* rad som funktion av tiden *x* minuter. Tiden räknas från den tidpunkt La Forge avläser sitt mätinstrument. *Endast svar fordras* (1p)

b) Hur lång tid har de båda hjältarna på sig att komma ut ur rummet? (2p)

Det efterfrågade sambandet mellan strålning y och tid x är

$$\overbrace{y}^{\text{rad}} = \overbrace{93}^{\text{rad}} + \overbrace{4}^{\text{rad/min}} \cdot \overbrace{x}^{\text{min}} .$$

Den ekvation som ska lösas är

$$\overbrace{350}^{\text{dödlig dos}} = 93 + 4 \cdot \underbrace{x}_{x=64{,}25} .$$

$$x = \frac{350 - 93}{4} = 64{,}25 \approx 64.$$

Svar Dödlig dos uppnås efter 64 minuter.

Uppgift # 5 (2p) Lös ekvationen

5. Lös ekvationen $(n-3)^2 = 2n+9$ (2p)

Börja med att städa. Använd kvadreringsreglerna i FORMELSAMLINGEN.

Regler	**Andragradsekvationer**
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$x^2 + px + q = 0$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	

$$
\begin{aligned}
\underbrace{(n-3)^2}_{n^2-6n+9} &= 2n+9 \\
n^2 - 6n + 9 - 2n - 9 &= 0 \\
n^2 - 8n &= 0
\end{aligned}
$$

Här behöver du *inte* använda pq-formeln. Ekvationen kan faktoriseras och blir därmed sin egen lösning. Enklare än pq-formeln.

$$\underbrace{n}_{n=0}\underbrace{(n-8)}_{n=8}$$

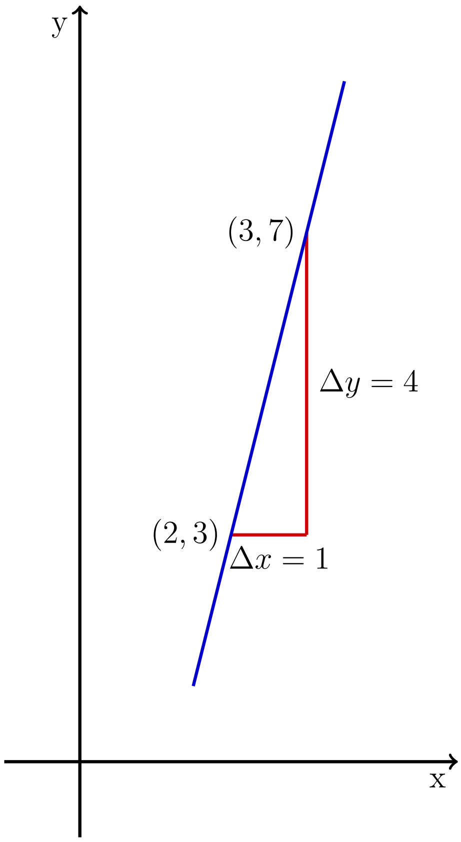
Svar $n = 0$ och $n = 8$ är lösningar till ekvationen.

Tips: Kontrollera lösningen.

Uppgift # 6 (2p) Rät linje

6. Punkten (2, 3) ligger på en rät linje med riktningskoefficienten $k = 4$.

Bestäm koordinaterna för en annan punkt på linjen. (2p)



Riktningskoefficienten $k = 4$ betyder att då x ökar med 1 enhet så ökar y med 4 enheter. Punkten $(2, 3)$ på linjen är given. Vi kan alltså direkt säga att en annan punkt är $(2, 3) + (1, 4) = (3, 7)$. Det finns oändligt många möjliga svar.

Svar En annan punkt på linjen är $(3, 7)$.

Uppgift # 7 (3p) Sannolikhet för rött ljus

Ma 1

7. Ulla åker bil till skolan varje morgon. På vägen dit passerar hon två trafikljus som hon tycker alltid visar rött.

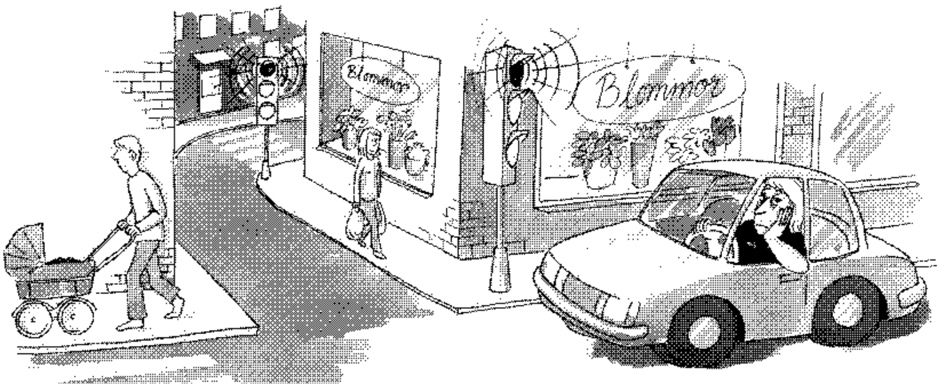
Det första trafikljuset visar rött ljus i 68 sekunder och någonting annat än rött ljus i 34 sekunder.

Det andra trafikljuset visar rött ljus i 78 sekunder och någonting annat än rött ljus i 32 sekunder.

Trafikljusen slår om helt oberoende av varandra.

a) Hur stor är sannolikheten att hon får rött ljus vid det första trafikljuset? (1p)

b) Hur stor är sannolikheten att hon får rött ljus vid båda trafikljusen? (2p)



$$\text{P(rött ljus 1:a trafikljuset)} = \frac{68}{68+34} = 0{,}67 = 67\%$$

$$\text{P(rött ljus 2:a trafikljuset)} = \frac{78}{78+32} = 0{,}78 = 78\%$$

Då trafikljusen är oberoende av varandra gäller att

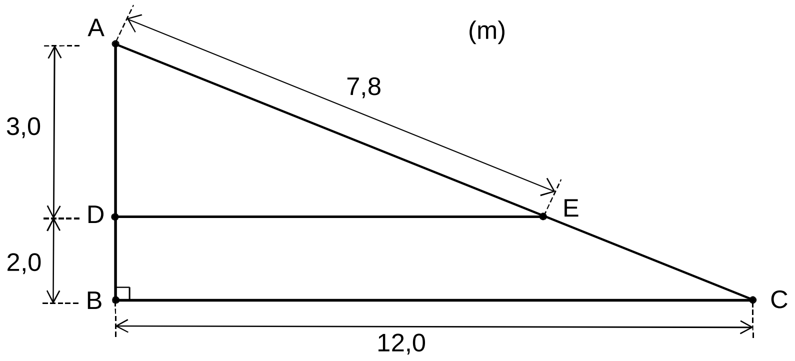
$$\text{P(rött båda)} = \overbrace{\text{P(rött 1:a)}}^{0{,}67} \times \overbrace{\text{P(rött 2:a)}}^{0{,}78} = 0{,}47 = 47\%$$

Svar a) P(rött ljus 1:a trafikljuset) = 67%

Svar b) P(rött båda) = 47%

Uppgift # 8 (3p) Geometriskt problem på två sätt

8. I triangeln ABC nedan är sidan DE parallell med sidan BC.



Beräkna längden av sträckan EC **på två olika sätt.** (3p)

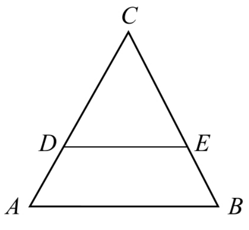
I FORMELSAMLINGEN finns topptriangelsatsen och transversalsatsen.

Topptriangel- och transversalsatsen

Om DE är parallell med AB gäller

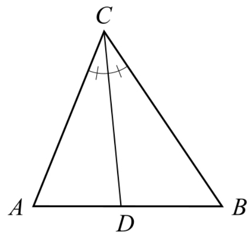
$$\frac{DE}{AB} = \frac{CD}{AC} = \frac{CE}{BC} \text{ och}$$

$$\frac{CD}{AD} = \frac{CE}{BE}$$

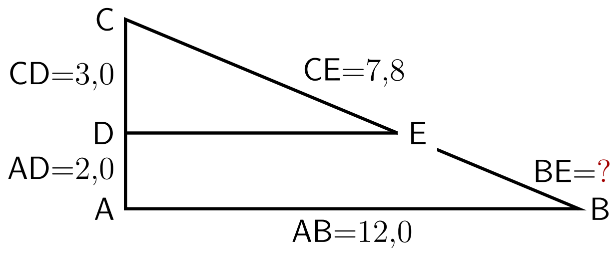


Bisektrissatsen

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$$



Notera att det som i uppgiften kallas △ABC i FORMELSAMLINGEN kallas $\triangle CAB$. För att undvika förväxlingar och sammanblandningar arbeta med beteckningarna i FORMELSAMLINGEN. Vi har nu att arbeta med triangeln i figuren där sträckan BE ska beräknas.



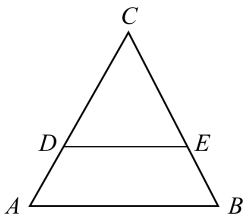
Lösning med transversalsatsen

Topptriangel- och transversalsatsen

Om DE är parallell med AB gäller

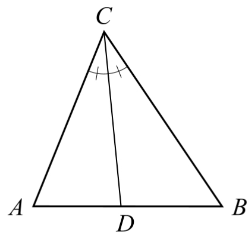
$$\frac{DE}{AB} = \frac{CD}{AC} = \frac{CE}{BC} \text{ och}$$

$$\underline{\frac{CD}{AD} = \frac{CE}{BE}}$$



Bisektrissatsen

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$$



$$\frac{3{,}0}{2{,}0} = \frac{7{,}8}{\text{BE}}$$

$$\text{BE} = \frac{2{,}0 \cdot 7{,}8}{3} = 5{,}2$$

Vilket skulle visas.

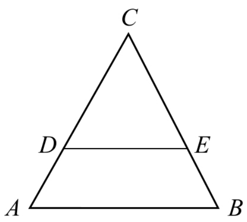
Lösning med topptriangelsatsen

Topptriangel- och transversalsatsen

Om DE är parallell med AB gäller

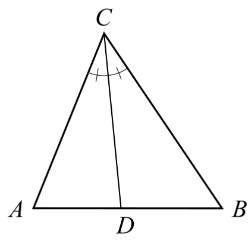
$$\frac{DE}{AB} = \underline{\frac{CD}{AC} = \frac{CE}{BC}} \text{ och}$$

$$\frac{CD}{AD} = \frac{CE}{BE}$$



Bisektrissatsen

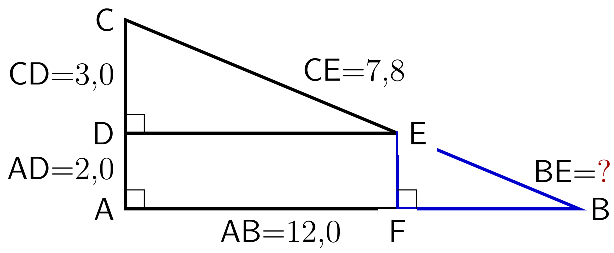
$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$$



$$\begin{aligned}\frac{3{,}0}{5{,}0} &= \frac{7{,}8}{\mathsf{BC}}\\ \mathsf{BC} &= \frac{5{,}0\cdot 7{,}8}{3} = 13{,}0\\ \underbrace{\mathsf{BE}}_{5{,}2} &= \overbrace{\mathsf{BC}}^{13{,}0} - \overbrace{\mathsf{CE}}^{7{,}8}\end{aligned}$$

Vilket skulle visas.

Triangeln BEF med Pythagoras sats, variant I



Sträckan BE kan beräknas med Pythagoras sats

$$\underbrace{\mathsf{BE}}_{\text{sökt}}{}^2 = \overbrace{\mathsf{EF}^2}^{2{,}0} + \mathsf{BF}^2$$

där sträckan BF först måste beräknas enligt

$$\mathsf{BF} = \overbrace{AB}^{12{,}0} - \mathsf{DE}.$$

Sträckan DE kan beräknas med Pythagoras sats

$$\overbrace{\mathsf{CE}^2}^{7{,}8^2} = \overbrace{\mathsf{CD}^2}^{3{,}0^2} + \underbrace{\mathsf{DE}^2}_{7{,}2^2}.$$

Med DE=7,2 blir BF=4,8 vilket ger BE=5,2
Vilket skulle visas.

Kommentar I denna lösning nyttjas att $\angle$CDE och $\angle$EFD är räta, 90°.

Triangeln BEF med Pythagoras sats, variant II

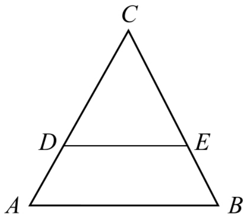
Sträckan DE kan beräknas med topptriangelsatsen.

Topptriangel- och transversalsatsen

Om DE är parallell med AB gäller

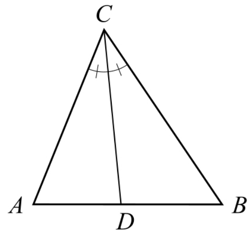
$$\underline{\frac{DE}{AB} = \frac{CD}{AC}} = \frac{CE}{BC} \text{ och}$$

$$\frac{CD}{AD} = \frac{CE}{BE}$$



Bisektrissatsen

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$$



$$\frac{\text{DE}}{12{,}0} = \frac{3{,}0}{5{,}0}$$

$$\text{DE} = \frac{12{,}0 \cdot 3{,}0}{5{,}0} = 7{,}2$$

Med DE känd blir den fortsatta lösningen som i den tidigare lösningen, variant I.
Vilket skulle visas.

,

Uppgift # 9 (2p) Olikhet

Ma 1

9. Din klasskompis har löst olikheten $3x + 2 > 6x - 4$ (se nedan).
Han har fått veta att han inte har gjort rätt, men kan inte hitta felet i sin lösning.

$3x + 2 > 6x - 4$

$3x - 6x > -2 - 4$

$-3x > -6$

$3x > 6$

$x > 2$

Hjälp honom genom att ange var han har gjort fel och beskriv hur han kan rätta till felet. (2p)

För olikheter gäller samma räkneregler som för likheter med ett viktigt undantag. Vid multiplikation av bägge led med ett negativt tal så vänder olikhetstecknet.

$3x$	$+2$	$>$	$6x$	-4	rätt
$3x$	$-6x$	$>$	-4	-2	rätt
$-3x$		$>$	-6		rätt
$3x$		$>$	6		FEL multiplikation med -1 ska vända olikhetstecknet från $>$ till $<$
x		$>$	2		konsekvent men FEL

Svar Se ovan.

Uppgift # 10 (2p) Sannolikhet

Ma 1

10. Vid ishockeymatcher i Globen i Stockholm kan de som vill köpa ett matchprogram för 25 kr. I slutet av matchen lottas det ut vinster där matchprogrammet fungerar som en lott.

Vid en match mellan Djurgården och Brynäs lottas det ut tre Helsingforskryssningar.

Beräkna sannolikheten att du vinner en av dessa kryssningar om du köper ett matchprogram.
Du får själv hitta på den information du behöver för att kunna utföra dina beräkningar. (2p)

Sannolikheten för vinst är

$$P(\text{vinst}) = \frac{\text{antal vinstlotter}}{\text{antal lotter}}$$

Enligt texten i uppgiften är *antal vinstlotter = 3*. Vidare gäller också enligt texten i uppgiften att du får hitta på den information som behövs för att utföra dina beräkningar. Det som saknas är *antal lotter*. Välj något enkelt tal, exempelvis *antal lotter = 3000*, då får vi

$$P(\text{vinst}) = \frac{3}{3000} = \frac{1}{1000}.$$

Svar Med 3000 programhäften blir sannolikheten att vinna $\frac{1}{1000}$.

Kommentar Vi kan naturligtvis välja vilket ändligt heltal som helst som är större eller lika med 1. Enligt texten köper du ett häfte så antalet sålda häften måste vara 1 eller större. Om bara ett eller två häften blir sålda så blir sannolikheten inte $P(\text{vinst}) = \frac{3}{1}$ eller $P(\text{vinst}) = \frac{3}{2}$ eftersom det alltid gäller att $0 \leq P \leq 1$.

Uppgift # 11 (4p) Linjärt ekvationssystem

11. Åsa och Torbjörn arbetar på en sommarkoloni. Barnen på kolonin serveras mellanmjölk (fetthalt 1,5 %) till måltiderna. En dag får de en felaktig leverans som bara innehåller lättmjölk (fetthalt 0,5 %) och standardmjölk (fetthalt 3 %). De beslutar sig därför att blanda dessa båda sorter. Åsa skriver följande på en lapp:

> *a* liter lättmjölk och *b* liter standardmjölk
>
> $a + b = 10$ (1)
> $0{,}005a + 0{,}03b = 0{,}015 \cdot 10$ (2)

a) Förklara vad ekvation (1) beskriver. (1p)

b) Förklara vad ekvation (2) beskriver. (1p)

c) Hur mycket mjölk av varje sort ska de blanda? (2p)

a) Vad beskriver ekvation (1)?

Svar a) Summan av a och b betyder att a *liter lättmjölk* plus b *liter standardmjölk* ska bli 10 liter.

b) Vad beskriver ekvation (2)?

Svar b) Ekvation (2) betyder att summan av mängden fett i lättmjölken och standardmjölken ska vara lika med mängden fett i mellanmjölken.

c) Lös ekvationssystemet, substitutionsmetod

$$\begin{aligned} a + b &= 10 && (1) \\ 0,005 \cdot a + 0,030 \cdot b &= 0,015 \cdot 10 && (2) \end{aligned}$$

Använd ekvationen (1) för att eliminera a ur ekvation(1). Enligt ekvation (1) gäller att

$$a = (10 - b)$$

som insatt i ekvation (2) ger

$$\begin{aligned} 0,005 \cdot (10 - b) + 0,030 \cdot b &= 0,015 \cdot 10 \\ 0,025 \cdot b &= 0,010 \cdot 10 \\ b &= \frac{0,010 \cdot 10}{0,025} = 4 && (3) \end{aligned}$$

Ekvation (3) ger insatt i (1) att $a = 6$

Svar c) $a = 6$ och $b = 4$; 6 liter lättmjölk och 4 liter mellanmjölk

Kommentar Koefficienterna (talen) i ekvation (1) och (2) är av olika storleksordning. Detta är inte praktiskt. Skala ekvation (2) genom att dividera både högerled och vänsterled med 0,005. Ekvationssystmet blir då

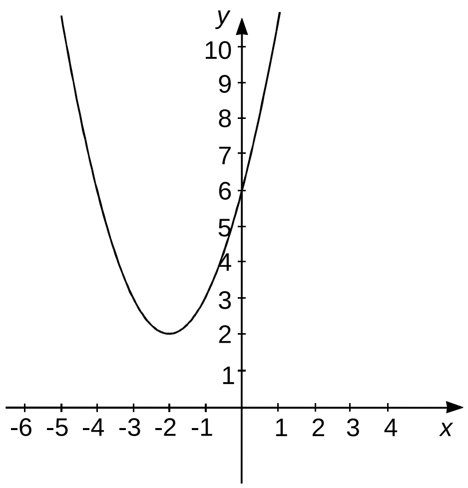
$$\begin{aligned} a + b &= 10 \\ a + 6 \cdot b &= 30. \end{aligned}$$

I detta ekvationssystem är koefficienterna (tal) av samma storleksordning.

Uppgift # 12 (2p) 2:a gradsekvation

12. Du ska lösa ekvationen
$x^2 + 4x + 6 = 0$

Du väljer att göra en grafisk lösning och ritar upp grafen till funktionen $y = x^2 + 4x + 6$ som visas i figuren.



Vilken information ger grafen om lösningen till ekvationen $x^2 + 4x + 6 = 0$?
Hur kan du se det i diagrammet? (2p)

Grafisk lösning

Svar Ekvationen saknar (reell) lösning eftersom grafen inte skär x-axeln.

Lösning med pq-formel

Använd FORMELSAMLINGEN

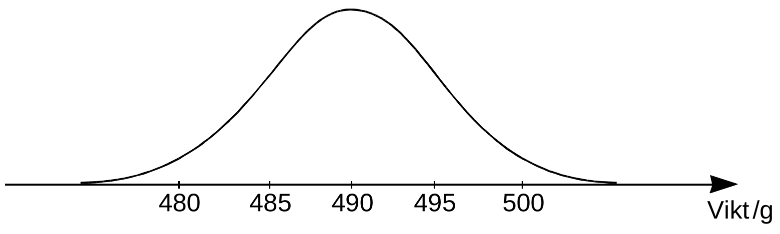
Regler	**Andragradsekvationer**
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$x^2 + px + q = 0$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 + \underbrace{4\,x}_{p=2} + \underbrace{6}_{q=6} \\ x_1 &= -1 + \sqrt{1^2 - 6} = -1 + \underbrace{\sqrt{-2}}_{\text{negativt tal, kvadratrot saknas}} \end{aligned}$$

Svar Lösning saknas. (I den gamla B-kursen ingick inte komplexa tal.)

Uppgift # 13 (4p) Normalfördelad kattmat

13. Enligt innehållsförteckningen innehåller en burk Misse kattmat 500 g. En undersökning visar att vikten är normalfördelad kring medelvärdet 490 g och att standardavvikelsen är 5 g enligt diagrammet nedan.

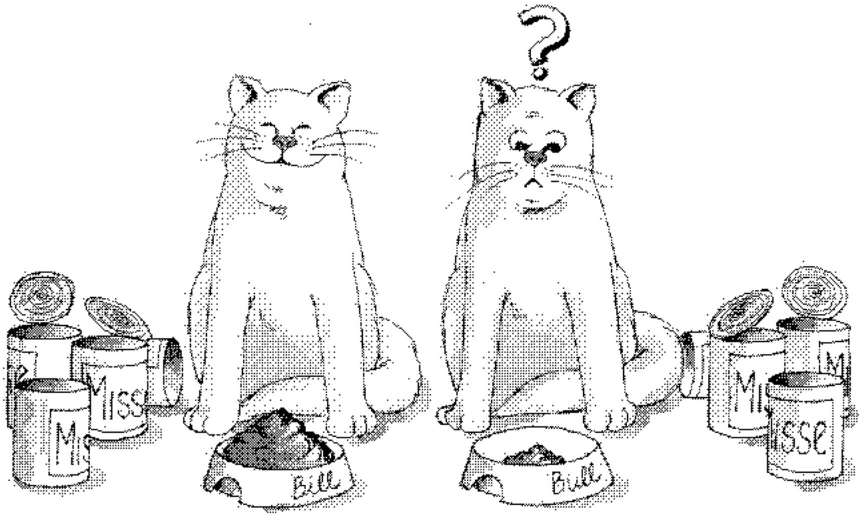


a) Ett varuhus köper in 3 000 burkar Misse kattmat.

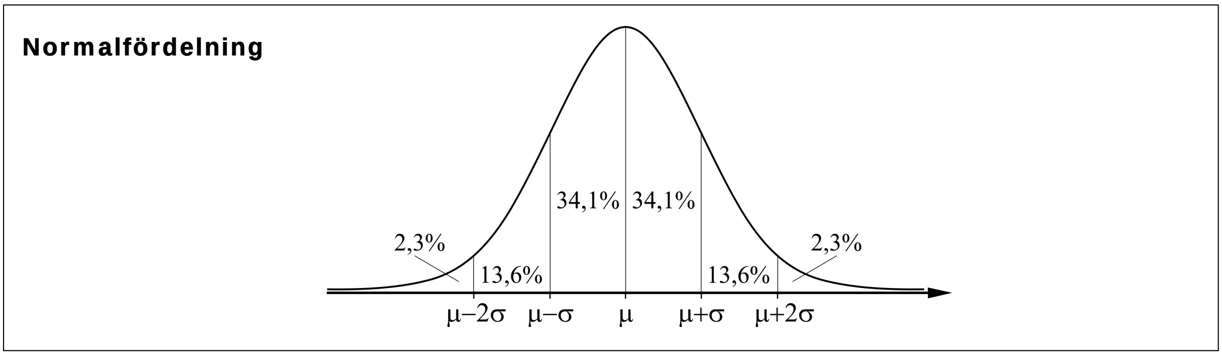
Hur många av dessa burkar kan förväntas innehålla minst de 500 g kattmat som anges på burken? (2p)

b) Medelvärdet i undersökningen är 490 g. Antag att standardavvikelsen skulle vara större än 5 g.

Förklara med ord hur fördelningen av burkarnas vikter och därmed också kurvans utseende förändras av den ändrade standardavvikelsen.
Skissa också de båda kurvorna, med standardavvikelsen 5 g respektive större än 5 g, **i ett enda diagram**. (2p)



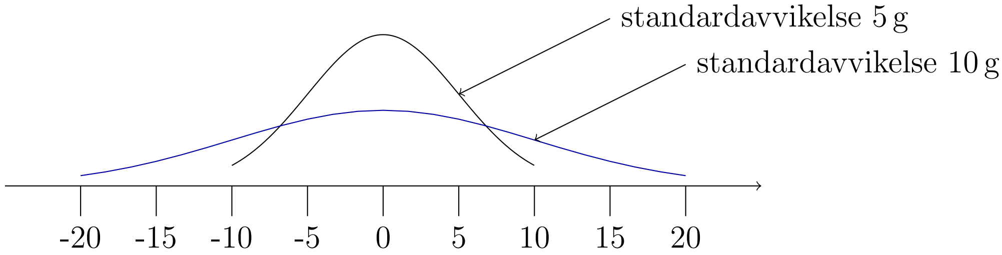
Använd FORMELSAMLINGEN, där finns normalfördelningen.



a) Gränsen 500 g ligger vid $+2\,\sigma$. Över $+2\,\sigma$ finns 2,3% av burkarna.

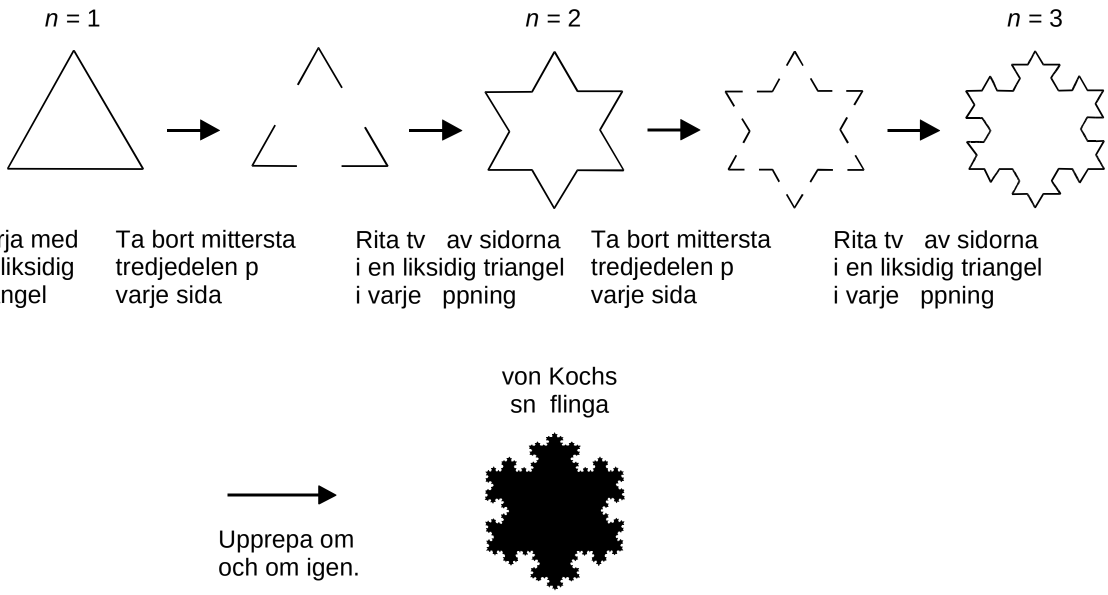
Svar a) 2,3% av burkarna har mer 500 g kattmat.

b) När standardavvikelsen ökar blir kurvan lägre och bredare.



Uppgift # 14 (3p) von Kocks snöflinga

14. Inom den del av matematiken som kallas kaosteori används fraktaler för att beskriva former i naturen, t.ex. åskmoln, kuststräckor och ormbunksblad. von Kochs snöflinga är en fraktal. Den kan ritas på följande sätt:



Ett funktionsuttryck för vinkelsumman $f(n)$ grader i de figurer som bildas vid detta förfarande är $f(n) = 540 \cdot 4^{n-1} - 360$.

a) Beräkna med hjälp av funktionsuttrycket vinkelsumman $f(3)$. (1p)

b) Med hjälp av funktionsuttrycket kan vinkelsumman i figuren då $n = 2$ beräknas till 1800°.

Förklara **med hjälp av figuren**, och så utförligt du kan, att denna vinkelsumma är korrekt. (2p)

Av något datortekniskt skäl saknas de svenska bokstäverna å ä ö på en del ställen i problemet ovan.

B rja	Börja
p	på
tv	två
ppning	öppning

A

Givet funktionen

$$f(n) \;=\; 540 \cdot 4^{n-1} - 360.$$

Uppgiften är att beräkna $f(3)$.

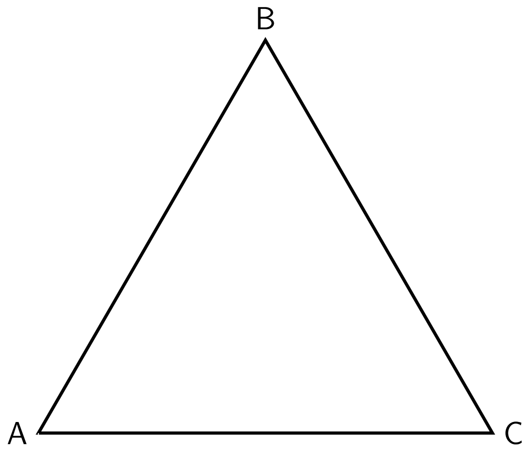
$$f(3) \;=\; 540 \cdot 4^{3-1} - 360 = \underbrace{540 \cdot 16}_{8640} - 360 = 8280$$

Svar A $f(3) = 8260$.

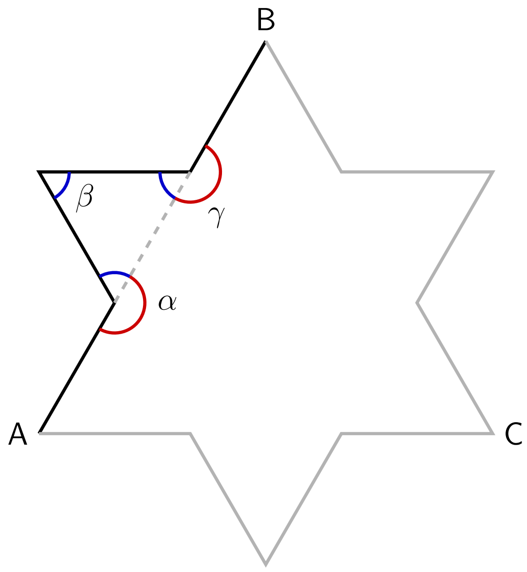
B

Uppgiften är att med hjälp av figuren förklara att vinkelsumma är 1800° då $n = 2$.

Fall $n = 1$



Fall $n = 2$



Triangeln ABC har vinkelsumman 180°. Vad händer på sträckan AB då n ändras från $n = 1$ till $n = 2$. Vinklarna α, β och γ tillkommer.

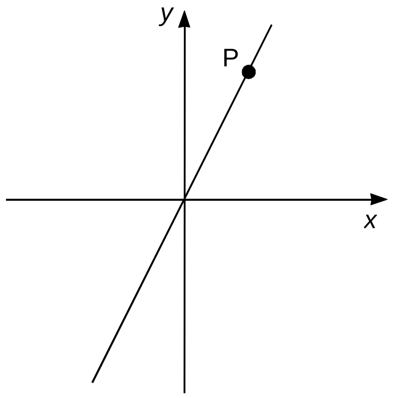
På sidan AB tillkommer en liten triangel med vinkelsumman 180° och två raka vinklar, 180°. Totalt $3 \times 180° = 540°$.

Triangel ABC		180°
Sträckan AB	$\alpha = (180° + 60°)$, $\beta = 60°$, $\gamma = (180° + 60°)$	
		540°
Sträckan AC	(samma som på sträckan AB)	540°
Sträckan BC	(samma som på sträckan AB)	540°
Totalt		1800°

Svar B: Räkningen ovan visar att vinkelsumman är 1800 då $n = 2$.

Uppgift # 15 (3p) x-koordinat

15.



På linjen $y = 2x$ finns en punkt P vars avstånd till origo är 24 längdenheter.

Beräkna punkten P:s x-koordinat, $x > 0$. (3p)

Lösning 1./ Variant avståndsformeln (Pythagoras)

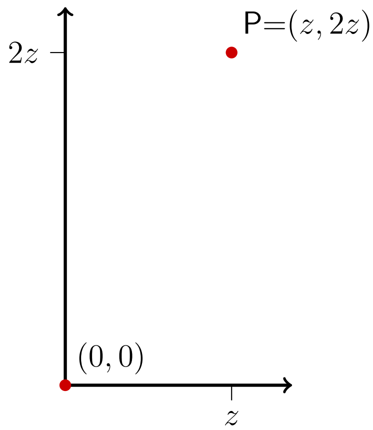
I FORMELSAMLINGEN finns avståndsformeln.

Avståndsformeln

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Mittpunktsformeln

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{och} \quad y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

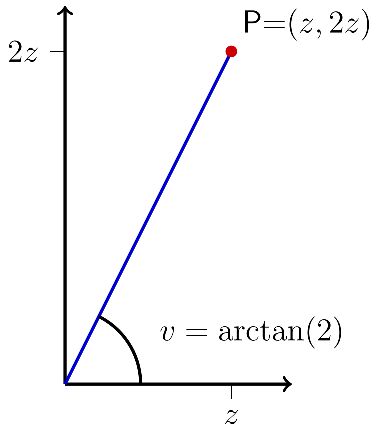


$$d = \sqrt{(z-0)^2 + (2z-0)^2} = \sqrt{5z^2} = z\sqrt{5}$$

$$\overbrace{d}^{24} = \underbrace{z}_{10,7}\sqrt{5};$$

Svar x-koordinaten är 10,7.

Lösning 2./ Variant med trigonometri



$$\underbrace{v}_{63{,}4^\circ} = \arctan(2)$$

$$\underbrace{z}_{10{,}7} = 24 \cdot \cos(\overbrace{v}^{63{,}4^\circ})$$

Svar x-koordinaten är 10,7.

Kommentar $v = \arctan(x)$ är ett alternativt skrivsätt för inversen till tangens, $v = \tan^{-1}(x)$. arctan uttalas *arcus tangens*.