

Innehåll

Förord	2
---------------	----------

Förslag på lösningar till nationellt kursprov i MaA våren 2010	3
---	----------

Del I: Formelblad och linjal.	3
--------------------------------------	----------

Del I # 1	(1/0)	Vilket tal	3
Del I # 2	(1/0)	Vilket tal i decimalform	4
Del I # 3	(1/0)	Vilka koordinater	5
Del I # 4	(1/0)	Skala	6
Del I # 5	(1/0)	Ungefärligt värde	7
Del I # 6	(1/0)	Värdeminskning	8
Del I # 7	(1/1)	Figurens omkrets	10
Del I # 8	(0/1)	Flytande medicin	11
Del I # 9	(0/1)	Vilket är talet	12
Del I # 10	(1/1)	Lös ekvationen	13
Del I # 11	(0/1)	Skriv en formel	14
Del I # 12	(0/1)	Rektangel	15
Del I # 13	(0/1)	Grundpotensform	16
Del I # 14	(4/7)	Större uppgift, miniräknare tillåten	17

Del II: Digitala verktyg, formelblad och linjal.	22
---	-----------

Del II # 1	(2/0)	Mörk choklad	22
Del II # 2	(2/0)	Internet	23
Del II # 3	(2/1)	Staket	24
Del II # 4	(1/1)	Tid Chicago Stockholm	25
Del II # 5	(1/1/⊗)	Andel färgad yta	26
Del II # 6	(2/1)	Ränta	27
Del II # 7	(2/1)	Förpackning	28
Del II # 8	(6/2/⊗)	Tryckkostnad	29
Del II # 9	(1/1)	Lårben — kroppslängd	31
Del II # 10	(1/2/⊗)	Diagram	34
Del II # 11	(1/3/⊗)	Median av fem heltal	35

Förord

Kom ihåg

- Matematik är att vara tydlig och logisk
- Använd text och inte bara formler
- Rita figur (om det är lämpligt)
- Förklara införda beteckningar

Du ska visa att du kan

- Formulera och utvecklar problem, använda generella metoder/modeller vid problemlösning.
- Analysera och tolka resultat, dra slutsatser samt bedöma rimlighet.
- Genomföra bevis och analysera matematiska resonemang.
- Värdera och jämföra metoder/modeller.
- Redovisa välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.

Uppgifter som ingår i kursprovet för Ma1a är

under arbete

Uppgifter som ingår i kursprovet för Ma1b är

under arbete

Uppgifter som ingår i kursprovet för Ma1c är

under arbete

Uppgifter som ingår i kursprovet för alla tre kurser Ma1a, Ma1b och Ma1c är

under arbete

För denna text gäller copyright, texten får alltså inte spridas elektroniskt.

Del I # 1 (1/0) Vilket tal**1.** Vilket tal är 0,1 större än 3,96?

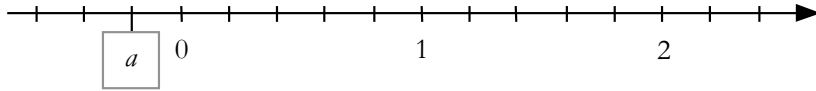
Svar: _____ (1/0)

$$0,1 + 3,96 = 4,06$$

Svar 4,06

Del I # 2 (1/0) Vilket tal i decimalform

2. Vilket tal i decimalform ska stå i rutan?



Svar: $a =$

(1/0)

På axeln är 5 intervall mellan 0 och 1 markerade.

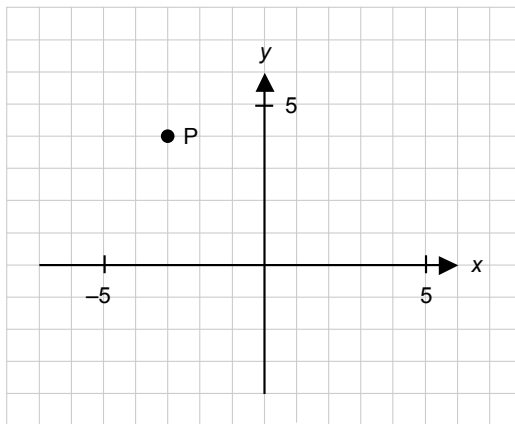
Ett intervall mellan två skalstreck är $\frac{1}{5} = 0,2$ långt.

Punkten a ligger ett streck till vänster om nollan, alltså $-0,2$.

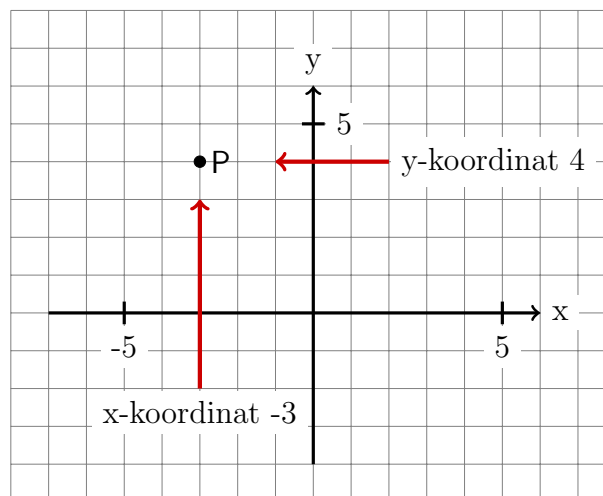
Svar $a = -0,2$.

Del I # 3 (1/0) Vilka koordinater

3. Vilka koordinater har punkten P?



Svar: _____ (1/0)



Svar Punkten P har koordinaterna $(-3, 4)$.

Del I # 4 (1/0) Skala

4. Julia gör en kopia av sin teckning med hjälp av skolans kopieringsapparat. Ett ansikte som är 12 cm långt på teckningen blir på kopian 4 cm. I vilken skala kopierar Julia?

Svar: _____ (1/0)

I Wikipedia står följande om *Skala (avbildning)*.

Vid olika sorters avbildningar av verkligheten eller objekt, till exempel kartor eller ritningar, anger skalan (längdskalan) förhållandet mellan ett visst avstånd på avbildningen och motsvarande avstånd i verkligheten. Om skalan till exempel är 1:10 000 innebär det att ett avstånd på 1 cm på avbildningen är 10 000 cm (100 m) i verkligheten. I detta exempel är avbildningen en förminskning av verkligheten.

I ritningar eller liknande är det också vanligt att man gör en förstoring av verkligheten (till exempel skala 100:1).

En avbildning av verkligheten utan förstoring eller förminskning har skalan 1:1.

I problemet förminskas 12 cm i verkligheten till 4 cm i avbildningen. Skalan blir 1:3.

Svar Skalan är 1:3.

Kommentar Andra möjliga svar är 4/12 eller 33 %.

Del I # 5 (1/0) Ungefärligt värde

5. Vilket *ungefärligt* värde har $\sqrt{880}$? Ringa in ditt svar. (1/0)

3 30 60 300 440

Pröva de olika alternativa värden på x . Kvadrera x och gör en tabell.

x	3	30	60	300	440
x^2	9	900	3 600	90 000	193 600

ungefär
880

Svar $\sqrt{880} \approx 30$.

Del I # 6 (1/0) Värde­minskning

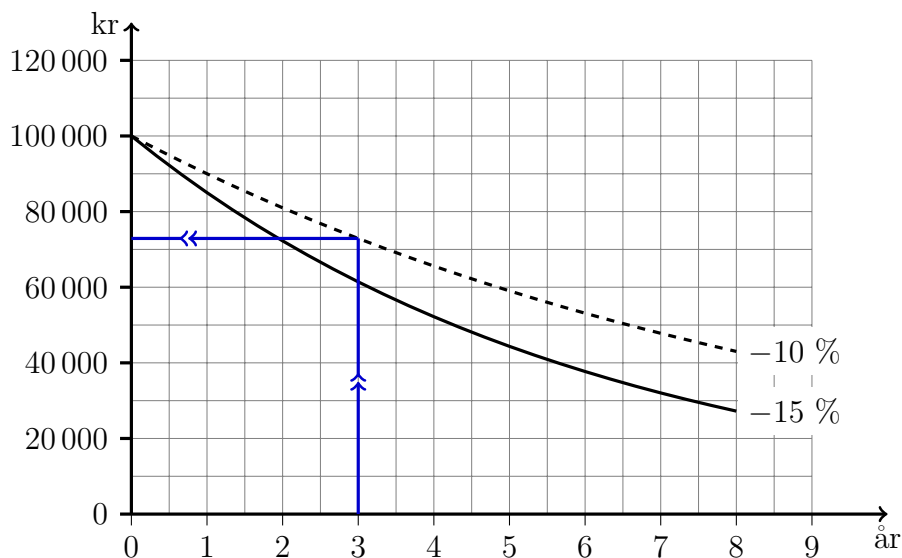
6. Sarah köper en begagnad bil för 100 000 kr. Värdet på bilen kommer att sjunka. I diagrammet visas hur värdet förändras om det sjunker med 10 % respektive 15 % per år.



- a) Vilket är värdet efter tre år om den procentuella sänkningen är 10 % per år? Svar: _____ kr (1/0)
- b) Hur mycket längre tid krävs för att halvera värdet när den procentuella sänkningen är 10 % i stället för 15 % per år? Motivera din lösning i diagrammet och rutan.

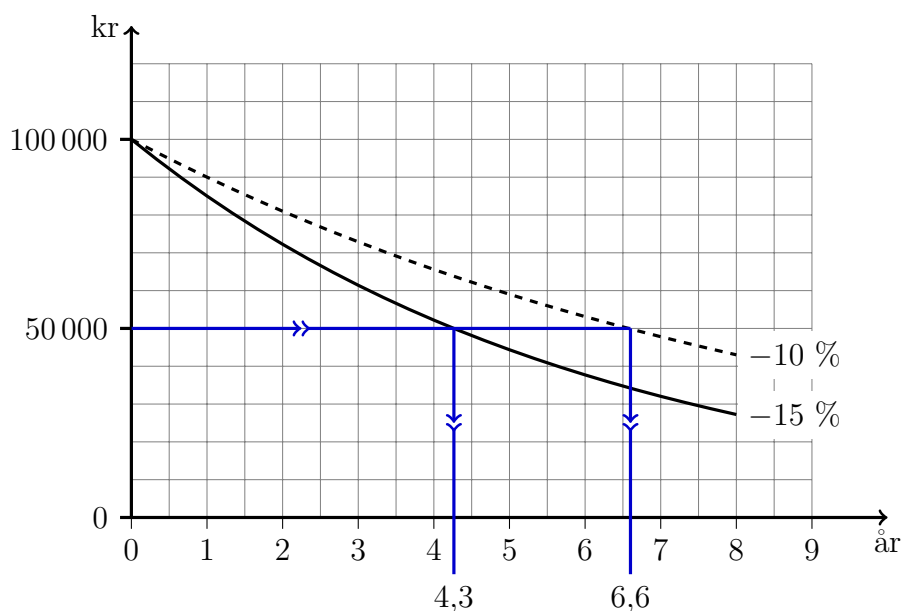
Svar: _____ år (1/1)

a) Läs av värdet vid 3 år och efter 10 % värdeminskning.



Svar a) 73 000 kronor (svar i intervallet 71 000 – 75 000 kr godkännes)

b) Läs av hur lång tid det tar att nå värdet 50 000 kronor med 10 % respektive 15 % värdeminskning. Svara med skillnaden.



Svar b) 2,3 år. Rita också i figuren. (Svar i intervallet 2,1 – 2,5 år godkännes.)

Del I # 7 (1/1) Figurens omkrets

7. Vilket av följande uttryck motsvarar figurens omkrets? Ringa in ditt svar.

$a + b$

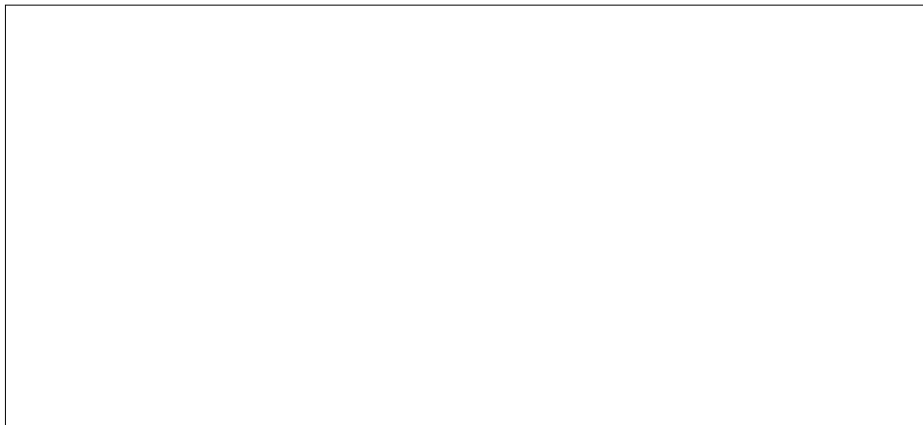
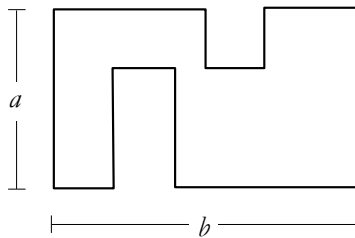
$2a + 2b$

$3a + 2b$

$3a + 3b$

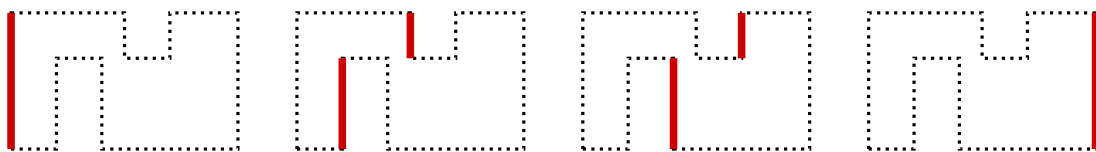
$4a + 2b$

Motivera ditt svar i figuren och rutan.

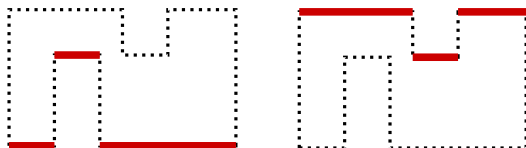


(1/1)

I de fyra figurerna nedan är delsträckor markerade som tillsammans har längden $4a$.



I de två figurerna nedan är delsträckor markerade som tillsammans har längden $2b$.



Svar Rätt uttryck är $4a + 2b$.

Del I # 8 (0/1) Flytande medicin

8. Sanna ska ta 15 ml medicin två gånger per dag. Hur många dagar räcker en flaska med 0,3 liter medicin?

Svar: _____ dagar (0/1)

15 ml medicin två gånger per dag blir 30 ml per dag.

Använd FORMELSAMLINGEN där finns prefixen.

PREFIX

Beteckning	T	G	M	k	h	d	c	m	μ	n	p
Namn	tera	giga	mega	kilo	hekto	deci	centi	milli	mikro	nano	piko
Tiopotens	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

Prefixet m milli betyder 10^{-3} tusendel.

1 liter är 1000 ml.

Det finns 0,3 liter medicin.

Det är 300 ml medicin.

Medicinen räcker i $\frac{300}{30} = 10$ dagar.

Svar Medicinen räcker i 10 dagar.

Del I # 9 (0/1) Vilket är talet

9. $\frac{2}{5}$ av ett tal är 1. Vilket är talet?

Svar: _____ (0/1)

Lösning 1

Antag att talet är x . Vi får ekvationen

$$\frac{2}{5}x = 1.$$

Multipluera bägge sidor med $\frac{5}{2}$.

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{2}{5}x = \frac{5}{2} \cdot 1$$

Förkorta i vänsterledet.

$$x = \frac{5}{2} \cdot 1 = 2,5$$

Svar Talet är 2,5.

Lösning 2

Antag att talet är x . Vi får ekvationen

$$\frac{2}{5}x = 1.$$

Dela bägge sidor med $\frac{2}{5}$.

$$x = \frac{1}{\frac{2}{5}}$$

Att dela med ett bråk (här $\frac{2}{5}$) är likvärdigt med att multiplicera med inversen till bråket (här $\frac{5}{2}$).

$$x = \frac{1}{\frac{2}{5}} = \frac{5}{2} \cdot 1$$

$$x = \frac{5}{2} = 2,5$$

Svar Talet är 2,5.

Del I # 10 (1/1) Lös ekvationen

10. Lös ekvationen $\frac{0,3}{x - 0,5} = 1$

Svar: $x =$ _____ (0/1)

Ekvationen är

$$\frac{0,3}{x - 0,5} = 1$$

Multiplitera bägge led med $(x - 0,5)$.

$$\frac{0,3}{x - 0,5} \cdot (x - 0,5) = 1 \cdot (x - 0,5)$$

Förkorta i vänsterledet.

$$0,3 = (x - 0,5)$$

$$0,3 + 0,5 = x$$

Svar $x = 0,8$

Del I # 11 (0/1) Skriv en formel

11. Petter väger p kg och Simon väger s kg.
Skriv en formel som visar att Petter väger
12 % mer än Simon.

Svar: _____ = _____ (0/1)

Petter (p kg) väger 12 % mer än Simon (s kg).

$$p = \underbrace{1 \cdot s}_{\text{Simons vikt}} + \underbrace{0,12 \cdot s}_{12 \% \text{ mer}}$$

Förenkla.

$$p = 1,12 \cdot s$$

Svar $p = 1,12 \cdot s$

Del I # 12 (0/1) Rektangel

12. I en rektangel är den långa sidan 4 cm längre än den korta sidan. Vilket uttryck ska beteckna rektangelns korta sida om rektangelns långa sida betecknas $x + 2$?

Svar: _____ (0/1)

Lösning

$$\overbrace{\text{lång sida}}^{\substack{\text{givet} \\ x+2}} = \underbrace{\text{kort sida}}_{\substack{x-2 \\ \text{beräknad}}} + 4$$

Svar Den korta sidan är $(x - 2)$ cm

Alternativ lösning

Ställ upp en ekvation. Texten säger att den långa sidan är $x + 2$ cm. Texten säger också att den långa sidan är 4 cm längre än den korta sidan. Uttryck detta med en ekvation.

$$\underbrace{x + 2}_{\text{lång sida}} = \text{kort sida} + 4$$

Lös ekvationen.

$$x + 2 - 4 = \text{kort sida}$$

$$x - 2 = \text{kort sida}$$

Svar Den korta sidan är $(x - 2)$ cm.

Del I # 13 (0/1) Grundpotensform

13. Talet $5,83 \cdot 10^{-3}$ är skrivet i grundpotensform.
Vilket tal ska du subtrahera med för att "åttan" ska ändras till en "sexa"? Svara i decimalform. Svar: _____ (0/1)

"Åttan" minus "sexan" är "tvåan".
Du ska subtrahera $0,2 \cdot 10^{-3}$.
Skriv om $0,2 \cdot 10^{-3}$ till decimalform.

$$0,2 \cdot \underbrace{10^{-3}}_{\substack{\text{minus} \\ 3}} = 0, \underbrace{0002}_{\substack{\text{lägg} \\ \text{till } 3 \\ \text{nollor}}}$$

Svar Subtrahera 0,0002

Kommentar

$$\begin{aligned} 0,2 \cdot 10^{-3} \\ 0,02 \cdot 10^{-2} \\ 0,002 \cdot 10^{-1} \\ 0,0002 \cdot 10^0 \\ 0,0002 \end{aligned}$$

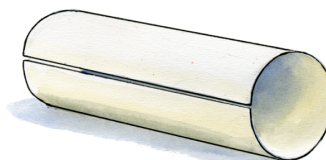
Del I # 14

(4/7)

Större uppgift, miniräknare tillåten

Uppgift 14 – Det rullade pappret

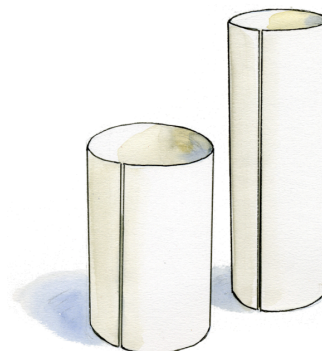
Ett rektangulärt papper kan rullas ihop till ett rör (en cylinder) som figuren visar.



Ett rör tillverkas av ett kvadratisk papper med sidan 10 cm.

- Rörets diameter blir cirka 3,2 cm. Bestäm rörets (cylinderns) volym.
- Visa att rörets diameter blir cirka 3,2 cm då pappret har sidan 10 cm.

Om längd och bredd är olika långa kan man tillverka två olika rör (cylindrar) beroende på hur pappret rullas.



- Av rektangulära papper med måtten 10 cm x 20 cm tillverkas två olika rör. Bestäm volymerna på de två rören (cylindrarna).
- Jämför dessa båda volymer och bestäm förhållandet mellan volymerna.
- Undersök förhållandet mellan cylindervolymerna från papper med andra mått på sidorna. Vad påverkar volymförhållandet mellan den höga och låga cylindern?
- Visa att din upptäckt gäller för alla rektangulära papper.

(4/7) ✕

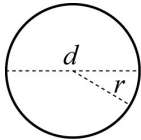
Vid bedömningen av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till

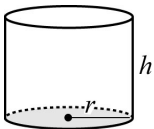
- vilka matematiska kunskaper du har visat och hur väl du har genomfört uppgiften
- hur väl du har förklarat ditt arbete och motiverat dina slutsatser
- hur väl du har redovisat ditt arbete.

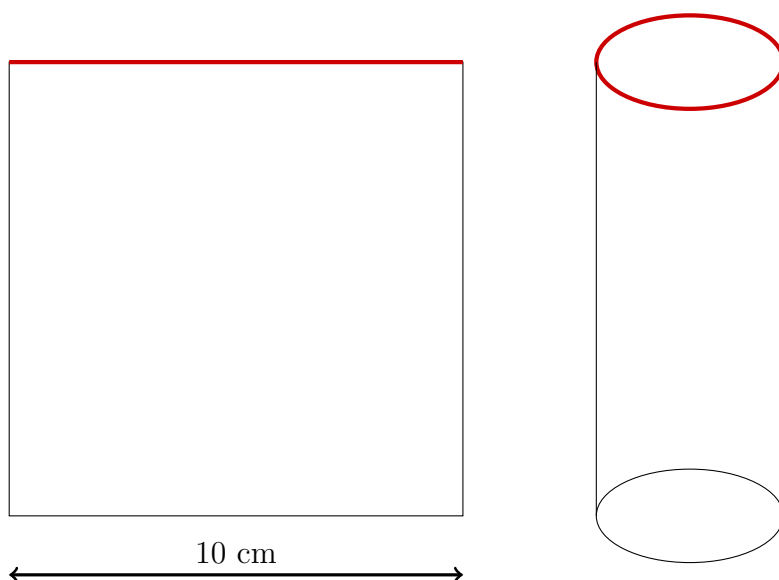
I uppgiften finns 6 punkter markerade. De två punkterna handlar om ett kvadratisk papper och fyra om papper med olika längd och bredd.

Kvadratisk papper

I FORMELSAMLINGEN finns formler för cirkelns omkrets och cylinderns volym.

Cirkel	$\text{area} = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$ $\underline{\text{omkrets} = 2\pi r = \pi d}$	
---------------	---	---

Cylinder	<i>Rak cirkulär cylinder</i> $\underline{\text{volym} = \pi r^2 h}$ $\text{mantelarea} = 2\pi r h$	
-----------------	---	---



Kvadratens sida blir omkrets i cylindern.

$$\underbrace{10}_{\text{omkrets}} = \pi \underbrace{d}_{\text{diameter}}$$

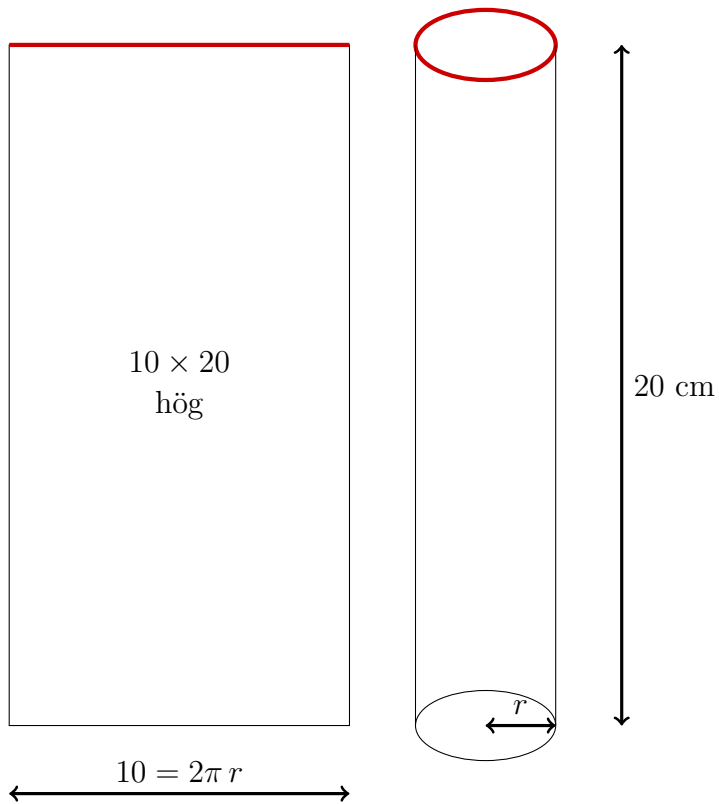
$$d = \frac{10}{\pi} = 3,183098862 \approx 3,2$$

Cylinderns radie blir $r = \frac{3,2}{2} = 1,6$ och volymen blir

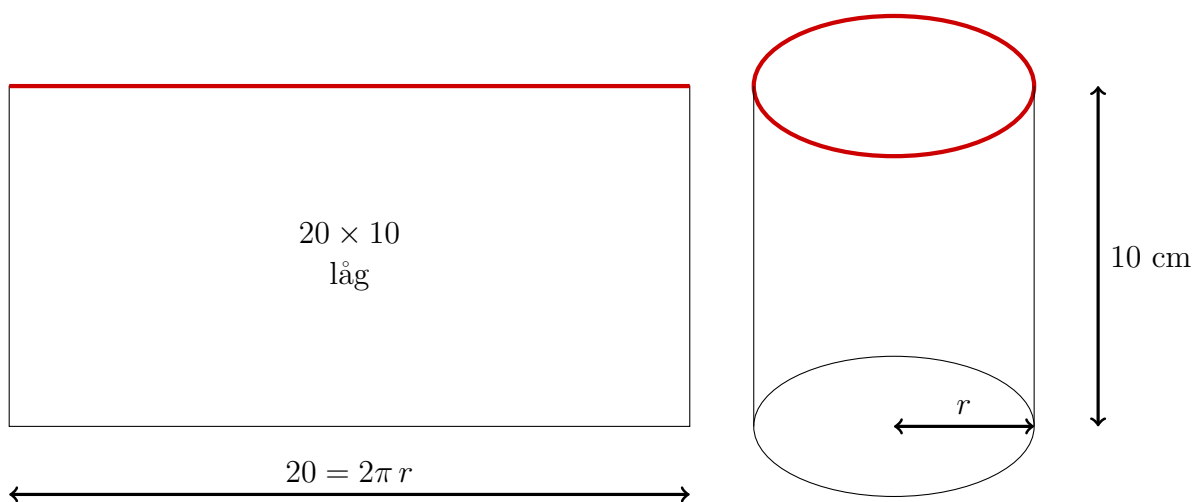
$$V = \pi \cdot 1,6^2 \cdot 10 = 80,4$$

Svar Cylinderns diameter är 3,2 cm och volymen 80,4 cm³. (Med exakt värde på diametern, $d = 3,183098862$, blir volymen 79,6 cm³.)

Papper 10×20 och 20×10



$$V_{\text{hög}} = \pi \cdot \left(\frac{10}{2\pi}\right)^2 \cdot 20 = \frac{1}{\pi} 5^2 \cdot 20 = \frac{500}{\pi}$$



$$V_{\text{låg}} = \pi \cdot \left(\frac{20}{2\pi}\right)^2 \cdot 10 = \frac{1}{\pi} 10^2 \cdot 10 = \frac{1000}{\pi}$$

Förhållanden mellan volymerna är

$$\frac{V_{\text{hög}}}{V_{\text{låg}}} = \frac{\frac{500}{\pi}}{\frac{1000}{\pi}} = \frac{500}{1000} = \frac{1}{2}$$

Svar Förhållandet mellan volymerna $\frac{V_{\text{hög}}}{V_{\text{låg}}} = \frac{1}{2}$.

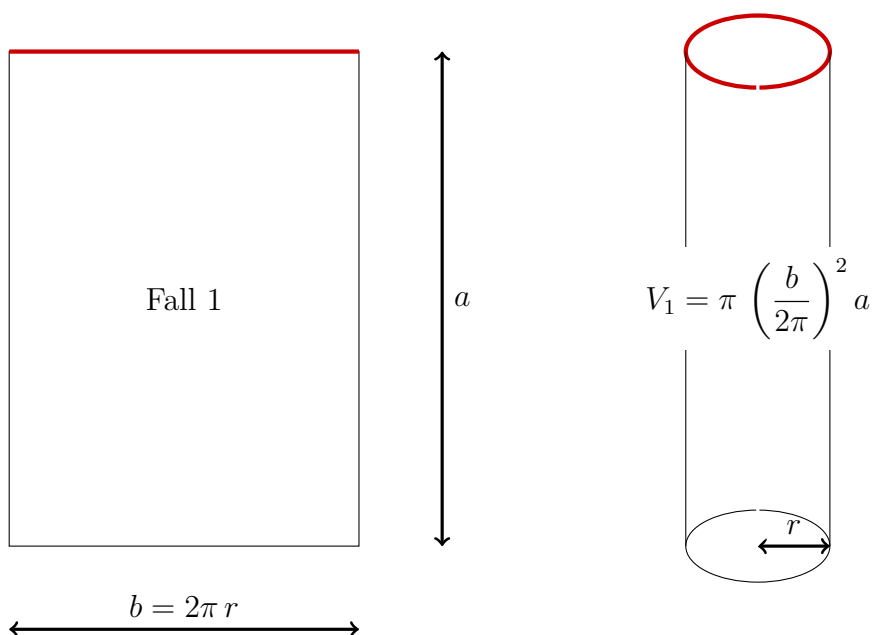
Papper med olika längd och bredd

I uppgiften står följande.

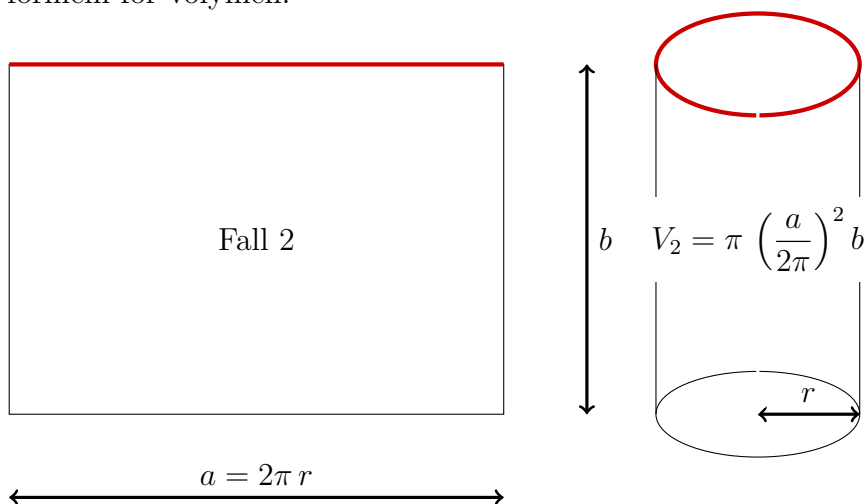
- Undersök förhållandet mellan cylinder volymerna från papper med andra mått på sidorna. Vad påverkar volymförhållandet mellan den höga och låga cylindern?
- Visa att din upptäckt gäller för alla rektangulära papper.

Gör denna undersökning med variabler och inte med olika tal på bredd och höjd. Variabler har fördelen att det framgår hur enskilda variabler påverkar. Med siffreräkning blandas alla tal ihop och det blir svårt att se hur enskilda variabler påverkar. Det är lätt att dö räknedöden och drunkna i alla siffror. Arbeta generellt med variabler!

Vi räknar med bredden b och höjden a och får följande resultat.



Vrid pappret ett kvarts varv. Då byter bredd och höjd plats. Byt a mot b och b mot a i formeln för volymen.



Svar Förhållandet (kvoten) mellan volymerna blir

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi \left(\frac{b}{2\pi} \right)^2 a}{\pi \left(\frac{a}{2\pi} \right)^2 b} = \frac{\pi \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 b^2 a}{\pi \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 a^2 b} = \frac{b^2 a}{a^2 b} = \frac{b}{a}$$

Detta svar gäller generellt då inga speciella egenskaper hos a eller b använts.

Del II # 1 (2/0) Mörk choklad

1.

Choklادتarta**6 personer****Ingredienser:**

100 g mörk choklad	2 dl vetemjöl
100 g smör	1 tsk bakpulver
2 ägg	50 g finhackade nötter
2 dl socker	



Foto: S Edlund

Hur mycket mörk choklad behövs enligt receptet om man ska baka en choklادتarta till 15 personer?

(2/0)

6	personer	behöver	100		g mörk choklad
1	person	behöver	$\frac{100}{6}$		g mörk choklad
15	personer	behöver	$15 \cdot \frac{100}{6}$	=	250 g mörk choklad

Svar Det behövs 250 g mörk choklad

Del II # 2 (2/0) Internet

- 2.** År 2009 hade Sverige cirka 9 miljoner invånare. Detta år hade 81 % av invånarna Internet i hemmet. 93 % av dessa hade fast uppkoppling. Hur många personer hade Internet via fast uppkoppling? (2/0)

81 % av 9 000 000 personer har Internet. Det är 7 290 000 personer

93 % av 7 290 000 personer har fast uppkoppling. Det är 6 779 700 personer

Svar 6 779 700 personer har Internet via fast uppkoppling.

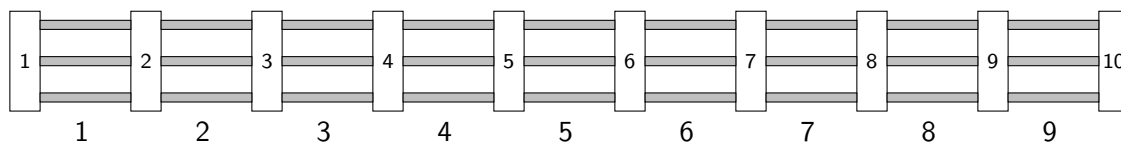
Del II # 3 (2/1) Staket

3. Emran ska köpa ett nytt staket till sin trädgård. Staketet ser ut som det på bilden, det vill säga 2 stolpar har 3 brädor mellan sig och 3 stolpar har 6 brädor mellan sig.



- a) Hur många brädor behövs det om man ska bygga ett staket med 10 stolpar? *Endast svar krävs.* (1/0)
- b) Skriv ett samband mellan antalet stolpar och antalet brädor med ord eller formel. (1/1)

- a) Rita 10 stolpar. Räkna bräder.



Till 10 stolpar behövs $(10 - 1) \times 3$ bräder. Alltså 27 bräder.

Svar a.) Det behövs 27 bräder.

b.) Med endast 1 stolpe går det inte göra något staket. För varje ny stolpe som tillkommer behövs det 3 bräder. Till n stolpar behövs $(n - 1) \cdot 3$ bräder. Bilden ovan illustrerar.

Svar b.) Till n stolpar behövs $(n - 1) \cdot 3$ bräder.

Del II # 4 (1/1) Tid Chicago Stockholm

4. När klockan är 12.00 i Stockholm är det tidig morgon kl. 05.00 i Chicago. På en flygbiljett anges start- och landningstider i lokal tid. Hur lång tid tar en flygning där starten i Chicago anges till kl. 16.25 och landning i Stockholm till kl. 08.20?



(1/1)

Strategi

Omvandla alla tider till Stockholmtider (eller Chicagotider). Beräkna sedan flygtiden.

Tidsskillnad Chicago – Stockholm

Chicago	05:00
Stockholm	12:00 tidsskillnad 7 timmar

Start Chicago

Chicago	16:25
Stockholm	23:25 = 16:25 + tidsskillnad 7 timmar

Landning Stockholm

Chicago	—
Stockholm	8:20

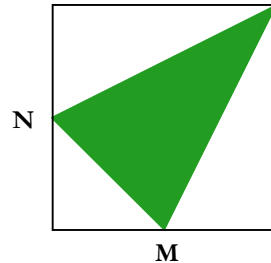
Flygtid

23:25 – midnatt	0:35
midnatt – 8:20	8:20
Flygtid	8:55

Svar Flygtiden är 8 timmar 55 minuter.

Del II # 5 (1/1/⊗) Andel färgad yta

5. M och N är mittpunkter på sidorna.
Hur stor del av kvadratens area
är färgad? Rita av figuren och
redovisa din lösning.



(1/1) ✕

Antag att kvadratens sida är 1 längdenhet. Då blir hela kvadratens yta 1 areaenhet. Kvadraten består av 4 delar.

$$1 = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

$$\text{Triangelns area} = \frac{1}{2} \cdot \text{bas} \cdot \text{höjd}$$

Ytan av triangelarna A_1 , A_3 och A_4 blir

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 0,5 = 0,25$$

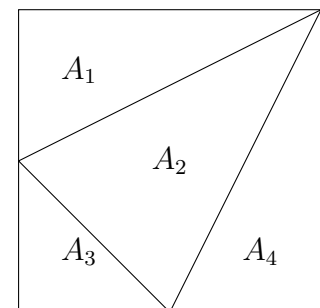
$$A_3 = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,125$$

$$A_4 = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 1 = 0,25$$

Den skuggade triangelns yta är

$$A_2 = 1 - A_1 - A_3 - A_4$$

$$A_2 = 1 - 0,25 - 0,125 - 0,25 = 0,375$$



Svar Den skuggade delen upptar 0,375 av hela kvadratens yta.

Del II # 6 (2/1) Ränta

6. Linus har sett reklam för ett sms-lån och vill jämföra det med ett lån på en bank.

Sms-lån

Låna 3 000 kr i 30 dagar.
Kostnad 375 kr.

Banklån

Årsränta 5,6 % och ingen
uppläggningsavgift.



Foto: C Reuters/falk

- a) Beräkna årsräntan i kronor då man lånar 3 000 kronor på banken. (1/0)
- b) För sms-lånet är kostnaden 375 kronor för 30 dagar. Vilken årsränta i procent motsvarar detta om kostnaden är lika stor varje månad? (1/1)

- a.) Procent betyder hundradel. 5,6 % av 3 000 kr är

$$\frac{5,6}{100} \cdot 3\,000 = 168.$$

Svar a.) Årsräntan är 168 kronor

- b.) Kostnaden är 375 kr per månad. Kostnaden för ett år blir
 $12 \cdot 375 = 4\,500$ kronor.

Som andel av beloppet 3 000 kronor är detta

$$\frac{4\,500}{3\,000} = 1,5 = 150 \, \%$$

Svar b.) Årsräntan i procent blir 150 %.

Kommentar Då man använder symbolen % skall det finnas ett blanksteg mellan talet och symbolen. Man skriver därför inte 25% (utan blanksteg), utan istället 25 % (med blanksteg). Skrivreglerna är hämtade från standarden ISO 31 och boken Svenska skrivregler.

Del II # 7 (2/1) Förpackning

7. När Peter och Lisa var på café blev de serverade mjölk till kaffet i en regelbunden tetraeder. Lisa visste att man kan räkna ut volymen av en sådan förpackning med hjälp av formeln:

$$V = \frac{k^3 \cdot \sqrt{2}}{12}, \text{ där } k \text{ motsvarar kantlängden.}$$



Foto: Arla

Peter mätte kantens längd på tetraedern till 6 cm och beräknade volymen med hjälp av formeln. På förpackningen står att den innehåller 2 cl mjölk. Ryms det i förpackningen? Motivera ditt svar med beräkningar.

(2/1)

$$V = \frac{k^3 \sqrt{2}}{12}$$

Med $k = 6$ cm får vi

$$V = \frac{(6 \text{ cm})^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{6^3 \text{ cm}^3 \sqrt{2}}{12} = 18 \sqrt{2} \text{ cm}^3 = 25,5 \text{ cm}^3$$

1 liter = 100 cl = 1000 ml = 1000 cm³. Då är 2 cl = 20 cm³.

Svar Ja det ryms i förpackningen.

Del II # 8 (6/2/⊗) Tryckkostnad

8. Anton ska jämföra kostnaden för att trycka reklamblad. Digitaltryckeriet tar en startkostnad på 20 kronor och sedan 24 öre per kopia. Tryckservice AB tar ingen startkostnad men tar 36 öre per kopia.

- a) Skriv av tabellen och fyll i de värden som saknas. *Endast svar krävs.* (2/0)

Antal kopior	100	500
Kostnad hos Digitaltryckeriet		
Kostnad hos Tryckservice AB		

- b) Anton har fått 320 kronor att använda till tryckkostnader. Hur många kopior från Digitaltryckeriet får han för denna summa? (2/0)
- c) Beskriv med en formel kostnaden för tryckning av x reklamblad hos Digitaltryckeriet. (1/1)
- d) Hur många kopior måste man minst låta trycka för att Digitaltryckeriet ska bli billigare än Tryckservice AB? (1/1) ✖

Svar a) Tabellen blir

Antal kopior	100	500
Kostnad hos Digitaltryckeriet	$20 + 100 \cdot 0,24 = 44$	$20 + 500 \cdot 0,24 = 140$
Kostnad hos Tryckservice AB	$100 \cdot 0,36 = 36$	$500 \cdot 0,36 = 180$

- b) Ställ upp en ekvation. Anton får x kopior för 320 kronor.

$$\underbrace{320}_{\text{total kostnad}} = \underbrace{20}_{\text{fast kostnad}} + \underbrace{x \cdot 0,24}_{\text{rörlig kostnad}}$$

Lös ekvationen.

$$320 - 20 = x \cdot 0,24$$

$$\frac{300}{0,24} = x$$

$$x = \frac{300}{0,24} = 1\,250$$

Svar b Anton får 1 250 kopior från Digitaltryckeriet.

Svar c) Priset P för x kopior hos Digitaltryckeriet blir $P = 20 + x \cdot 0,24$.

d) Undersök när priset blir lika. Antag att priset är lika för x kopior. Vi får ekvationen

$$\underbrace{0,36 \cdot x}_{\text{Tryckservice AB}} = \underbrace{20 + 0,24 \cdot x}_{\text{Digitaltryckeriet}}$$

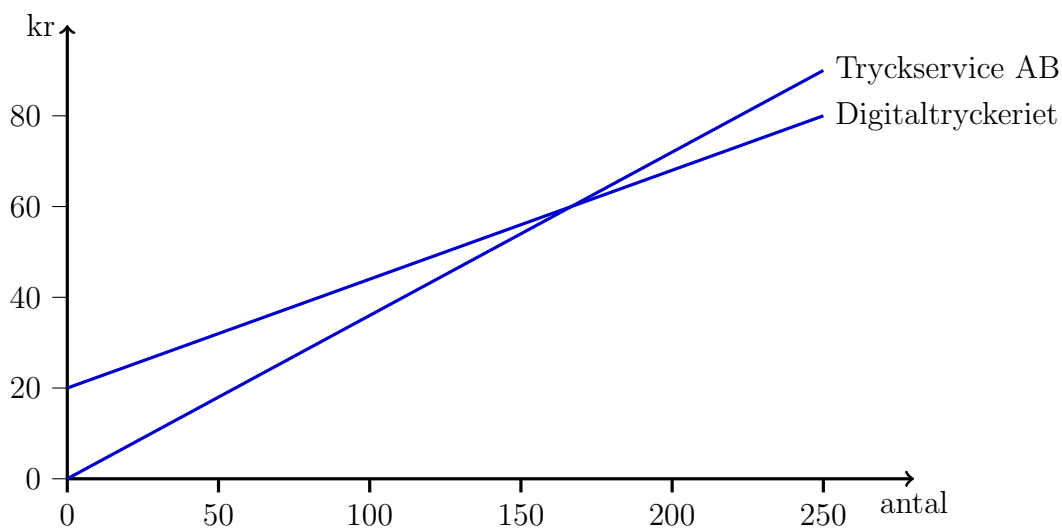
Lös ekvationen

$$0,36 \cdot x - 0,24 \cdot x = 20$$

$$0,12 \cdot x = 20$$

$$x = \frac{20}{0,12} = 166,67.$$

Grafen nedan illustrerar.



Antal kopior	166	167
Kostnad hos Digitaltryckeriet	$20 + 166 \cdot 0,24 = 59,84$	$20 + 167 \cdot 0,24 = 60,08$
Kostnad hos Tryckservice AB	$166 \cdot 0,36 = 59,76$	$167 \cdot 0,36 = 60,12$

Svar d.) Digitaltryckeriet är billigast för 167 kopior eller mer.

Del II # 9 (1/1) Lårben — kroppslängd

9. Lårbenet är det längsta benet i människokroppen. Man kan beräkna en människas ungefärliga längd genom att mäta längden på personens lårben. Tabellen nedan visar det linjära förhållandet mellan längden på lårbenet och en mans längd.

Lårbenets längd (mm)	Ungefärlig längd på en man (cm)
435	165,2
450	168,9
465	172,6
480	176,3



Foto: A McCormack

Vid en utgrävning hittades ett lårben från en man. Längden på lårbenet var 425 mm. Vilken ungefärlig kroppslängd borde mannen ha haft?

(1/1)

Det finns två olika varianter på lösning.

Grafisk lösning

Rita en graf.

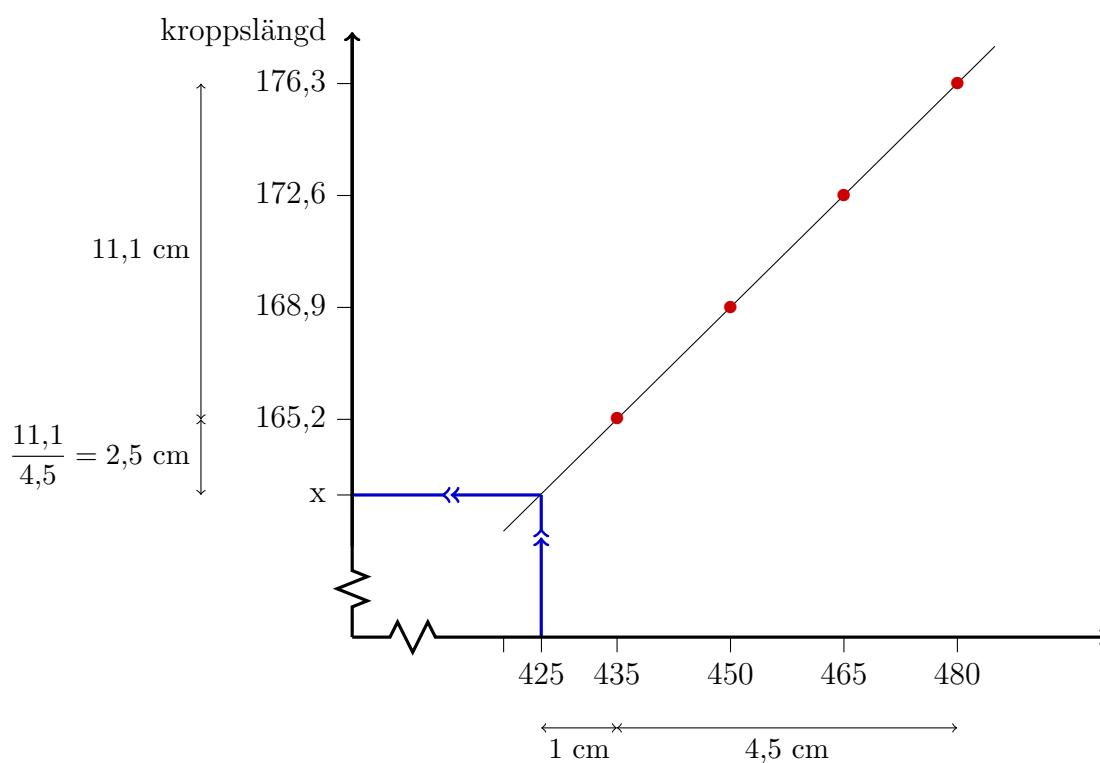
Drag en linje genom punkterna.

Försök uppskatta kroppslängd på y-axeln. (Om du uppskattar kroppslängden till 163 cm är det ett bra svar.)

Ett lårben med längden 425 mm är 1 cm kortare än minsta värdet i uppgiftens tabell. En skillnad på 4,5 cm i lårben motsvarar 11,1 cm i kroppslängd.

1 cm skillnad i lårben motsvarar $\frac{11,1}{4,5} = 2,5$ cm i kroppslängd.

Uppskatta kroppslängd till $165,2 - 2,5 = 162,7$ cm.



$$x = 165,2 - 2,5 \text{ cm}$$

Svar Cirka 163 cm

Lösning med k och m (avancerad).

Enligt uppgiften är det ett linjärt förhållande mellan längden på lårbenet och en mans längd.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{176,3 - 165,2}{480 - 435} = 0,24667$$

k är kroppslängd (cm) per lårbenslängd (mm).

Linjen går genom punkten (435; 165,2). Detta betyder att

$$y - 165,2 = k(x - 435)$$

$$y - 165,2 = 0,24667(x - 435)$$

Med $x = 425$ mm får vi

$$y - 165,2 = 0,24667(425 - 435) = -10 \cdot 0,24667 \approx -2,5$$

$$y = 162,7$$

Svar Cirka 163 cm

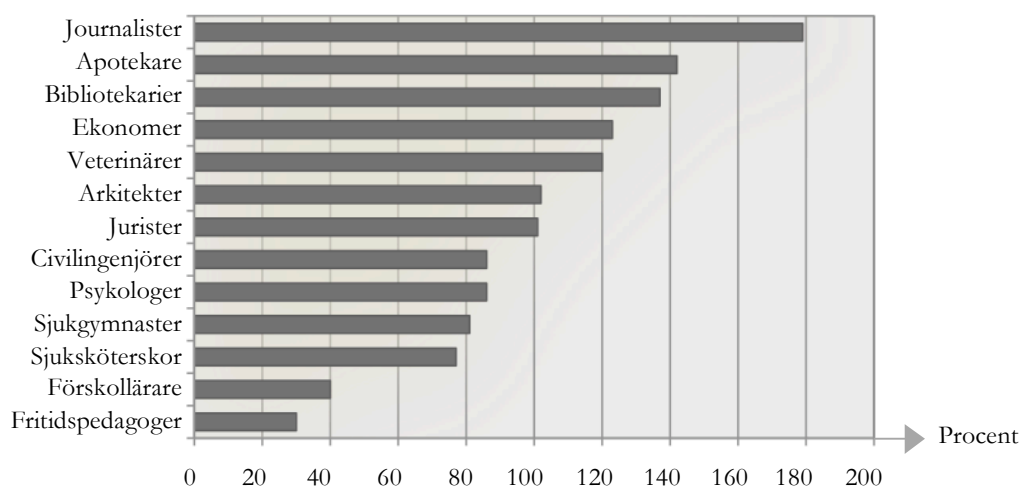
Kommentar Linjen går inte genom origo.

$$y = 165,2 + 0,24667 \cdot (x - 435)$$

$$y = 57,9 + 0,24667 \cdot x$$

Del II # 10 (1/2/⊗) Diagram

10. Diagrammet nedan visar antalet examinerade från högskolan i procent av hur många som man beräknade att nyanställa fram till år 2020.



Källa: Högskoleverket (Diagrammet gäller utbildningar som började hösten 2008.)

- a) Emma avläser värdet 180 för journalister. Vad innebär det? (1/1)
- b) Staplarna för psykologer och civilingenjörer är ungefär lika långa. Emma säger att detta betyder att man bör utbilda lika många psykologer som civilingenjörer. Johanna säger att man inte kan dra den slutsatsen av detta diagram. Vem har rätt och varför? (0/1) ✖

Svar a.) Fram till år 2020 beräknar man att anställa 100 %. Detta betyder att 80 % fler journalister än behovet utbildas.

Svar b.) Procent betyder hundradelar av det hela. Det är bara om behovet av antalet civilingenjörer och psykologer är lika stort som man kan dra Emmas slutsats. Sannolikt är behoven olika och då är Johannas slutsats riktig.

Del II # 11 (1/3/⊗) Median av fem heltal

11. De fem talen 6, 1, x , 9 och 4 är alla heltal.

a) Vilka värden får medianen för olika värden på x ? Motivera. (1/1) ✎

b) För vilka värden på x får de fem talen samma värde på median och medelvärde? (0/2) ✎

a) Heltalet x kan stoppas in på 5 olika platser bland talen 1, 4, 6, 9.

De fem talen					Median
x	1	4	6	9	4
1	x	4	6	9	4
1	4	x	6	9	x
1	4	6	x	9	6
1	4	6	9	x	6

När x är mellan 4 och 6 finns tre olika möjliga värden på x . De tre fallen är $x = 4$, $x = 5$ eller $x = 6$. Det finns tre möjliga medianvärden, 4, 5 eller 6.

x -värde	median
$x \leq 4$	4
$x = 5$	5
$6 \leq x$	6

Svar a.) Se tabellen ovan

b) Summan av de 5 heltalen är

$$x + 1 + 4 + 6 + 9 = 20 + x$$

medelvärdet av de 5 talen är

$$\frac{20 + x}{5}$$

och detta medelvärde ska vara lika med medianvärdet. Undersök de tre olika alternativen.

• Första fallet, median=4 ger ekvationen

$$\underbrace{4}_{\text{median}} = \underbrace{\frac{20 + x}{5}}_{\text{medelvärde}} = 4 + \frac{x}{5}$$

som har lösningen $x = 0$.

- Andra fallet, median=5 ger ekvationen

$$5 = \frac{20 + x}{5} = 4 + \frac{x}{5}$$

som har lösningen $x = 5$.

- Tredje fallet, median=6 ger ekvationen

$$6 = \frac{20 + x}{5} = 4 + \frac{x}{5}$$

som har lösningen $x = 10$.

Svar b) Median och medelvärde blir samma när x är 0, 5 eller 10.

Kommentar Kontrollera alltid noga vad frågan gäller så att du svarar på rätt fråga.