

Innehåll

Förord		2
Förslag på lösningar till nationellt kursprov i MaA våren 2005		3
Del I: Formelblad och linjal.		3
Del I # 1	(1/0)	Vilket tal 3
Del I # 2	(1/0)	Tre åttondelar 4
Del I # 3	(1/0)	20 % av 50 kr 5
Del I # 4	(1/0)	Ett dricksglas 6
Del I # 5	(1/0)	Lös ekvationen 7
Del I # 6	(1/0)	Placera tal 8
Del I # 7	(1/0)	Äppeljuice 9
Del I # 8	(1/1)	Medianlängd 10
Del I # 9	(0/1)	Vilket är sambandet 11
Del I # 10	(0/1)	Lös ekvationen 12
Del I # 11	(0/1)	Ränta 13
Del I # 12	(0/1)	Skriv en likhet 14
Del I # 13	(0/1)	Vrid triangel 15
Del I # 14	(0/1)	Vilket av talen är lösning 16
Del I # 15	(0/1)	Vilken av följande grafer 17
Del II: Digitala verktyg, formelblad och linjal.		18
Del II # 1	(3/0)	Bassäng 18
Del II # 2	(2/0)	Medelålder i sportaffär 19
Del II # 3	(2/1)	En silverkula 20
Del II # 4	(2/0)	Mätvärden med enheter 21
Del II # 5	(2/3)	Frysbox 22
Del II # 6	(2/2)	Statistik 23
Del II # 7	(2/2/⊗)	Spagetti 24
Del II # 8	(2/2/⊗)	Bassäng 26
Del II # 9	(2/1/⊗)	Skuggad del 28
Del II # 10	(1/2/⊗)	Värdeminskning 31
Del II # 11	(5/6/⊗)	Följder av heltal 32

Förord

Kom ihåg

- Matematik är att vara tydlig och logisk
- Använd text och inte bara formler
- Rita figur (om det är lämpligt)
- Förklara införda beteckningar

Du ska visa att du kan

- Formulera och utvecklar problem, använda generella metoder/modeller vid problemlösning.
- Analysera och tolka resultat, dra slutsatser samt bedöma rimlighet.
- Genomföra bevis och analysera matematiska resonemang.
- Värdera och jämföra metoder/modeller.
- Redovisa välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.

Uppgifter som ingår i kursprovet för Ma1a är

under arbete

Uppgifter som ingår i kursprovet för Ma1b är

under arbete

Uppgifter som ingår i kursprovet för Ma1c är

under arbete

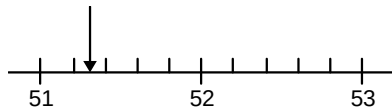
Uppgifter som ingår i kursprovet för alla tre kurser Ma1a, Ma1b och Ma1c är

under arbete

För denna text gäller copyright, texten får alltså inte spridas elektroniskt.

Del I # 1 (1/0) Vilket tal

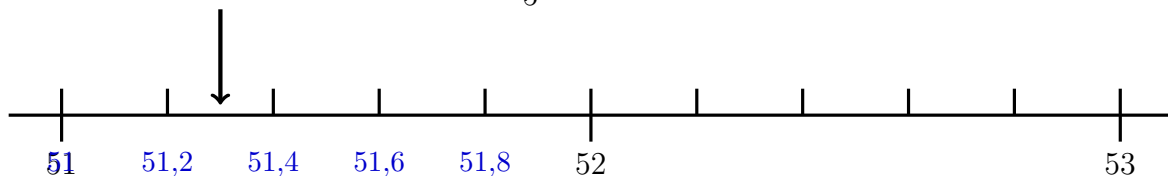
1. Vilket tal pekar pilen på?



Svar: _____ (1/0)

På axeln är 5 intervall mellan 51 och 52 markerade.

Ett intervall mellan två skalstreck är $\frac{1}{5} = 0,2$ långt.



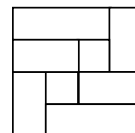
Pilen pekar på ett tal mitt emellan 51,2 och 51,4.

Talet är 51,3

Svar 51,3

Del I # 2 (1/0) Tre åttondelar

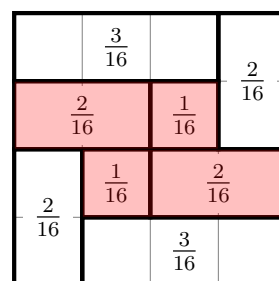
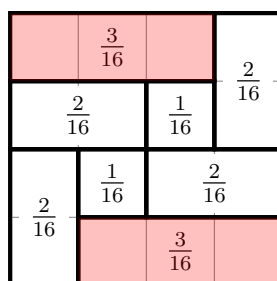
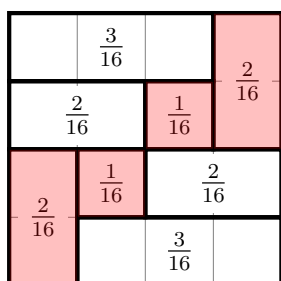
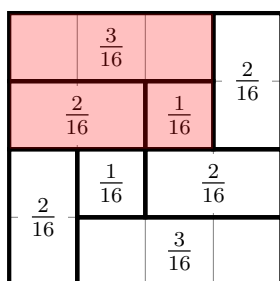
2. Skugga $\frac{3}{8}$ av figuren.



(1/0)

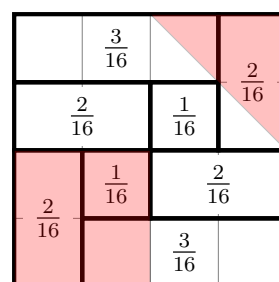
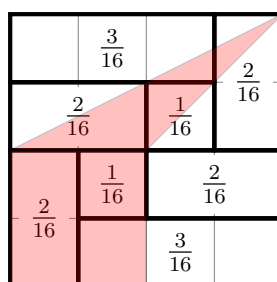
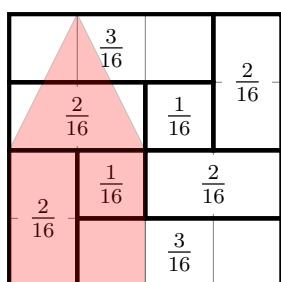
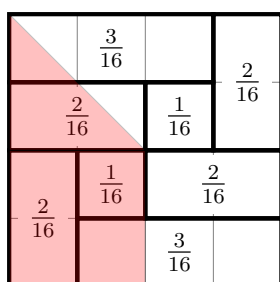
Lösning 1

Kvadraten i uppgiften kan delas in 4×4 rutor vilket blir 16 rutor. Hur mycket är $\frac{3}{8}$? Varje ruta är $\frac{1}{16}$ och $\frac{3}{8} = \frac{6}{16}$. Det finns många olika möjligheter att markera 6 rutor. I figuren nedan visa några möjligheter.



Lösning 2

Hur mycket är $\frac{3}{8}$? En fjärdedel ($\frac{1}{4}$) plus en halv fjärdedel ($\frac{1}{8}$) blir tillsammans tre åttondelar ($\frac{3}{8}$). I figuren nedan är en fjärdedel och en halv fjärdedel markerade. Fyra av oändligt många varianter visas.



I uppgiften finns inget krav på att skuggad yta ska följa linjerna i figuren.

Del I # 3 (1/0) 20 % av 50 kr**3.** Vad är 20 % av 50 kr?

Svar: _____ kr (1/0)

Lösning 1

Procent betyder hundradel.

$$\frac{20}{100} \text{ av } 50 \text{ kronor är } \frac{20}{100} \cdot 50 = \frac{20 \cdot 50}{100} = \frac{1\,000}{100} = 10$$

Svar 10 kronor**Lösning 2**

Procent betyder hundradel.

$$20 \% \text{ av } 50 \text{ kronor är } 0,20 \cdot 50 = 10$$

Svar 10 kronor

Del I # 4 (1/0) Ett dricksglas

4. Hur mycket vatten ryms ungefär i ett dricksglas?
Ringa in ditt svar.

200 ml 200 cl 200 dl 200 hl 200 kl (1/0)

PREFIX

Beteckning	T	G	M	k	h	d	c	m	μ	n	p
Namn	tera	giga	mega	kilo	hekto	deci	centi	milli	mikro	nano	piko
Tiopotens	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

En liter är en dm^3 (kubikdecimeter). Tänk på en liter mjölk.

$200 \text{ ml} = 200 \times 10^{-3} = 0,2 \text{ liter}$ ett glas
 $200 \text{ cl} = 200 \times 10^{-2} = 2 \text{ liter}$ två paket mjölk
 $200 \text{ dl} = 200 \times 10^{-1} = 20 \text{ liter}$
 $200 \text{ hl} = 200 \times 10^2 = 20\,000 \text{ liter}$
 $200 \text{ kl} = 200 \times 10^3 = 200\,000 \text{ liter}$



Svar Ett dricksglas är 200 ml.

Kommentar $200 \cdot 10^{-3} = 20 \cdot 10^{-2} = 2 \cdot 10^{-1} = 0,2 \cdot 10^0 = 0,2$

Del I # 5 (1/0) Lös ekvationen**5.** Lös ekvationen $7(x - 3) = 49$ Svar: $x =$ (1/0)**Lösning 1**

$$7(x - 3) = 49$$

Multiplikera termerna i parenteserna med 7. Allt innanför parenteserna ska multipliceras med 7.

$$7x - 7 \cdot 3 = 49$$

$$7x - 21 = 49$$

$$7x = 49 + 21 = 70$$

$$x = \frac{70}{7} = 10$$

Svar 10**Lösning 2**

$$7(x - 3) = 49$$

Dela bägge led med 7.

$$(x - 3) = \frac{49}{7} = 7$$

$$x - 3 = 7$$

$$x = 7 + 3 = 10$$

Svar 10

Del I # 6 (1/0) Placera tal

- 6.** Placera talen **25** och **102** och **0,1** i rutorna så att resultatet blir så stort som möjligt.

$$\begin{array}{r} \square - \square \\ \hline \square \end{array} \quad (1/0)$$

För att kvoten ska bli så stor som möjligt ska täljaren vara så stor som möjligt och nämnaren så liten som möjligt.

Placera 0,1 i nämnaren (under bråkstrecket).

Placera $102 - 25$ i täljaren (över bråkstrecket).

Svar $\frac{102 - 25}{0,1}$

Del I # 7 (1/0) Äppeljuice

7. Av 6 kg äpplen får Astrid 2,8 l äppeljuice.
Hur många liter juice kan hon få av 15 kg äpplen
av samma sort?

Svar: _____ liter (1/0)

6 kg äpplen ger 2,8 liter äppeljuice

1 kg äpplen ger $\frac{2,8}{6}$ liter äppeljuice

15 kg äpplen ger $15 \cdot \frac{2,8}{6}$ liter äppeljuice

$$15 \cdot \frac{2,8}{6} = \frac{15 \cdot 2,8}{6}$$

Miniräknare är inte tillåtna. Räkna för hand. Det finns olika varianter. Faktorisera.

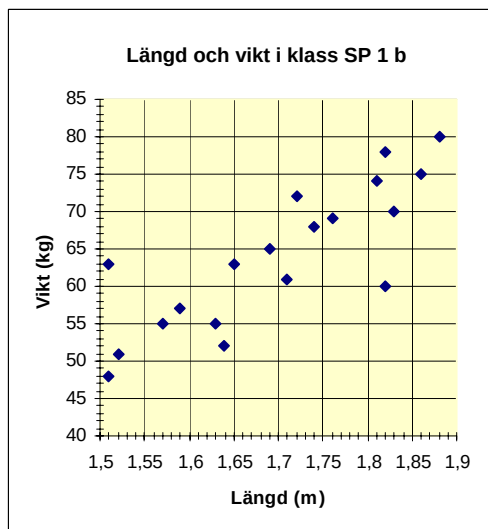
$15 = 3 \cdot 5$ och $6 = 2 \cdot 3$

$$\frac{15 \cdot 2,8}{6} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 2,8}{2 \cdot 3} = \frac{5 \cdot 2,8}{2} = 5 \cdot 1,4 = 7$$

Svar 7 liter

Del I # 8 (1/1) Medianlängd

8.

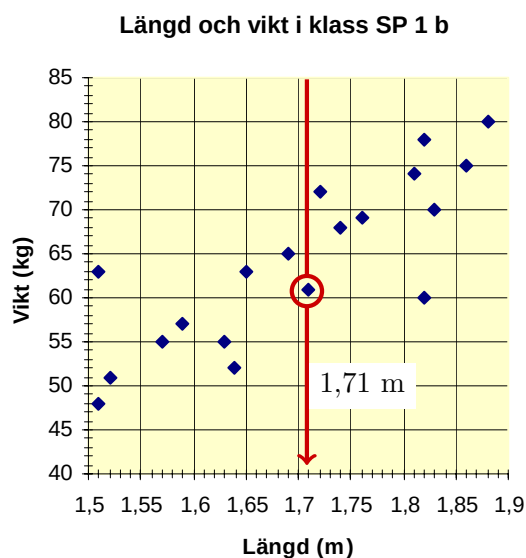
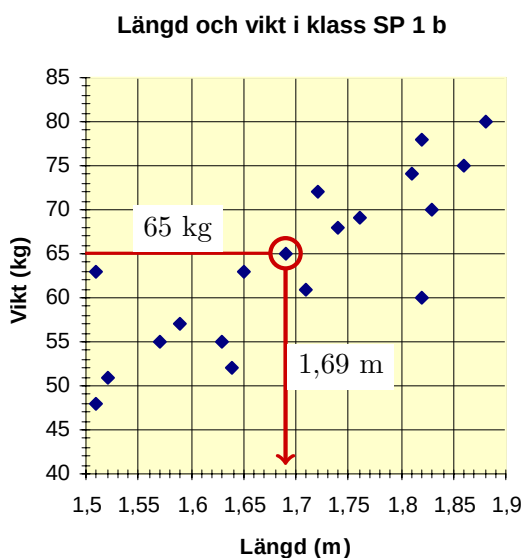


a) Anna går i klass SP 1 b och väger 65 kg.
Hur lång är hon?

Svar: _____ m (1/0)

b) Vilken är medianlängden i klassen?

Svar: _____ m (0/1)



Det finns 9 punkter till vänster om 1,71 m och 9 punkter till höger.

Svar a) Anna är 1,69 m.

Svar b) Medianen är 1,71 m.

Del I # 9 (0/1) Vilket är sambandet

9. Vilket är sambandet mellan a och b ?

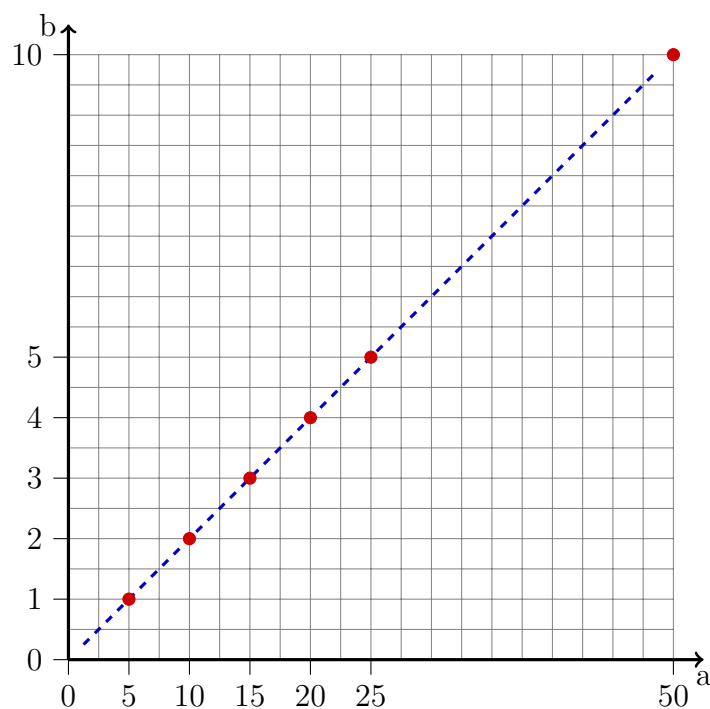
a	10	15	25	50
b	2	3	5	10

Svar: _____ (0/1)

Det finns inget recept för att hitta ett samband mellan två talserier. En möjlighet är att sätta ut punkter i en graf. Detta är enkelt med rutat papper. Ett val som måste göras är valet av skala på axlarna.

För y -axeln är valet enkelt, 10 cm motsvarar 10 enheter.

För x -axeln svara 10cm mot 50 enheter.



Punkterna hamnar på en rät linje. Sambandet är $b = \frac{a}{5}$ alternativt $a = 5 \cdot b$.

Svar $b = \frac{a}{5}$ alternativt $a = 5 \cdot b$ alternativt med ord a är 5 gånger b .

Kommentar Det är inte nödvändigt att rita en graf. Det går utmärkt att "se svaret direkt".

Del I # 10 (0/1) Lös ekvationen

10. Vilket värde har x om likheten ska gälla?

$$10 = \frac{10^3}{10^x}$$

Svar: $x =$ _____ (0/1)

Lösning 1

Ekvationen är

$$\begin{aligned} 10 &= \frac{10^3}{10^x} \\ 10 &= \frac{1000}{10^x} \\ 1 &= \frac{100}{10^x} \\ 10^x &= 100 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Svar $x = 2$

Lösning 2

Använd räkneregler för potenser. De finns i FORMELSAMLINGEN.

POTENSER

För reella tal x och y och positiva tal a och b gäller

$$\begin{aligned} a^x a^y &= a^{x+y} & \underline{\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}} & & \frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x & & a^{-x} = \frac{1}{a^x} \\ (a^x)^y &= a^{xy} & a^x b^x &= (ab)^x & a^{\frac{1}{n}} &= \sqrt[n]{a} & & a^0 = 1 \end{aligned}$$

Ekvationen är

$$\begin{aligned} 10 &= \frac{10^3}{10^x} = 10^{3-x} \\ 10^1 &= 10^{3-x} \\ 1 &= 3 - x \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Svar $x = 2$

Del I # 11 (0/1) Räkta

11. Familjen Persson betalade ett år 18 000 kr i ränta på sitt lån. Räntesatsen var 6 %. Hur stort var lånet?

Svar: _____kr (0/1)

En bra strategi när något okänt ska beräknas är att anta att det okända är x .

Antag att skulden är x kronor.

6 % av x kronor är 18 000 kronor. Som ekvation blir detta

$$0,06 \cdot x = 18\,000.$$

Ekvationen har lösningen

$$x = \frac{18\,000}{0,06}.$$

Flytta decimalkomma

$$x = \frac{18\,000}{0,06} = \frac{180\,000}{0,6} = \frac{1\,800\,000}{6}$$

Dela.

$$x = \frac{1\,800\,000}{6} = 300\,000.$$

Svar 300 000 kronor

Del I # 12

(0/1)

Skriv en likhet

12. Skriv som en likhet:
 x är 200 mer än y .

Svar: _____ = _____ (0/1)

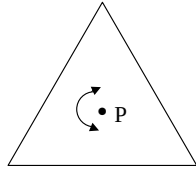
Svar $x = y + 200$

Del I # 13

(0/1)

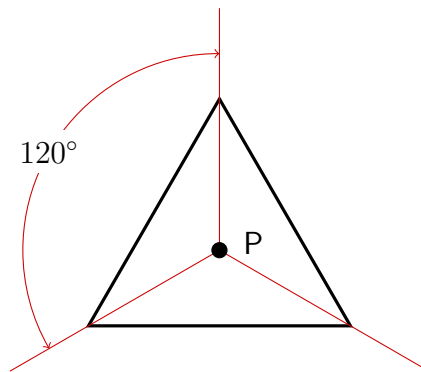
Vrid triangel

13.



Hur många grader ska den liksidiga triangeln vridas runt punkten P för att triangeln ska sammanfalla med den ursprungliga? Ange minsta möjliga gradtal.

Svar: _____ grader (0/1)



Vrid ett tredjedels varv. Ett varv är 360° , $\frac{1}{3} \times 360^\circ = 120^\circ$.

Svar 120°

Del I # 14 (0/1) Vilket av talen är lösning

14. Vilket av talen är en lösning till ekvationen $x^2 + x - 12 = 0$? Ringa in ditt svar.

(0/1)

-4 -2 0 2 4

Beräkna ekvationens vänsterled för de olika alternativen.

$$\overbrace{x^2 + x - 12}^{x=-4} = (-4)^2 + (-4) - 12 = 16 - 4 - 12 = 0$$

Med $x = -4$ blir vänsterled och högerled lika. Talet $x = -4$ är en lösning. De övriga alternativen behöver inte kontrolleras.

Svar $x = -4$ är lösning.

Kommentar

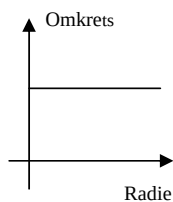
$$\underbrace{x^2 + x - 12}_{\text{vänsterled}} = \underbrace{0}_{\text{högerled}}$$

Del I # 15

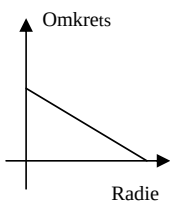
(0/1)

Vilken av följande grafer

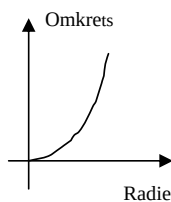
15. Vilken av följande grafer visar sambandet mellan cirkelns omkrets och dess radie?



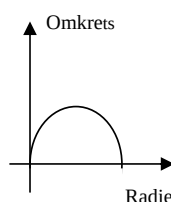
Graf A



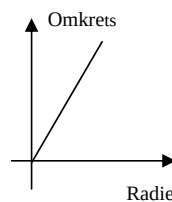
Graf B



Graf C



Graf D



Graf E

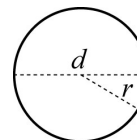
Svar: _____ (0/1)

Använd FORMELSAMLINGEN där finns formeln för cirkelns omkrets.

Cirkel

$$\text{area} = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

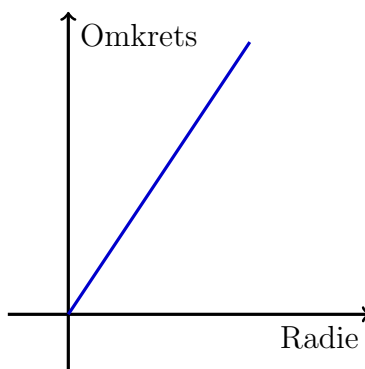
$$\underline{\text{omkrets} = 2\pi r = \pi d}$$



Omkretsen är noll när radien är noll.

Omkretsen ökar när radien ökar.

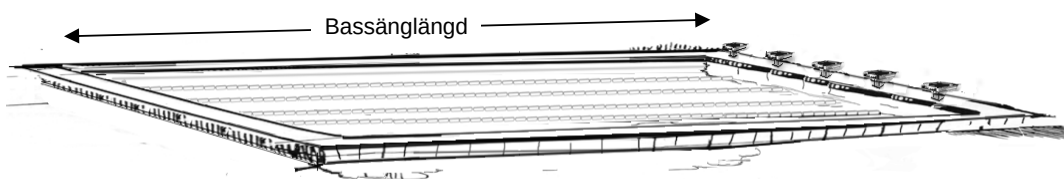
Omkretsen är direkt proportionell mot radien.



Svar Alternativ E är korrekt.

Del II # 1 (3/0) Bassäng

1. Carlos simmade 800 m på en simtävling. Bassängen var 25 m lång.
- a) Hur många längder simmade Carlos under loppet? *Endast svar krävs.* (1/0)
- b) Carlos går i mål och får tiden 9 minuter 24 sekunder. Vilken medelfart hade Carlos? (2/0)



a) Sträckan är 800 meter. Varje längd är 25 meter. Antal längder blir $\frac{800}{25} = 32$.

Svar 32 längder

b) Fart är sträcka delat med tid. Sträckan är given, 800 meter. Det som är knepigt i denna uppgift är tiden som är given i både minuter och sekunder. Det finns olika möjliga lösningar.

Lösning 1, sekunder

En minut är 60 sekunder. 9 minuter och 24 sekunder blir $9 \times 60 + 24 = 564$ sekunder.

Farten blir $\frac{800 \text{ m}}{564 \text{ s}} = 1,41844 \approx 1,42 \text{ m/s}$.

Lösning 1, minuter

Omvandla 9 minuter och 24 sekunder decimaltal i minuter. En minut är 60 sekunder, 24 sekunder är $\frac{24}{60} = 0,40$ minuter. Tiden blir 9,40 minuter. Farten blir

$\frac{800 \text{ m}}{9,40 \text{ min}} = 85,106383 \approx 85,1 \text{ m/min}$.

Svar 85,1 m/min

Del II # 2 (2/0) Medelålder i sportaffär

2. Medelåldern på fem anställda i en sportaffär var 24 år. En kvinna på 36 år anställs som butiksföreståndare. Vad blir därefter genomsnittsåldern i sportaffären? (2/0)

Genomsnitt är synonym med *medelvärde* alltså summa av talen delat på deras antal.

Antal anställda	medelålder	summa år
5	24	$5 \times 24 = 120$
6	x	$5 \times 24 + 36 = 156$

Beräkna medelvärdet för sex anställda, $\frac{156}{6} = 26$.

Svar Medelvärdet med 6 anställda blir 26 år.

Del II # 3 (2/1) En silverkula

3. Lisa planerar att tillverka ett smycke i form av en silverkula. Hur många gram silver går det åt till en silverkula med diametern 12 mm? 1 cm³ silver väger 10,5 g.



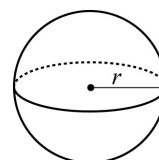
(2/1)

Hur många cm³ (kubikcentimeter) är en kula med diametern 12 mm? Använd FORMELSAMLINGEN där finns formeln för klotets volym.

Klot

$$\text{volym} = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$\text{area} = 4\pi r^2$$



Silverkulan har diametern 12 mm, då blir radien, $r = 6$ mm. Vi vet att 1 cm³ silver väger 10,5 g. Beräkna volymen i enheten cm³. Radien, $r = 12$ mm = 0,6 cm. Volymen blir

$$V = \frac{4\pi \cdot 0,6^3}{3} = 0,904779 = 0,90 \text{ cm}^3.$$

$$\begin{array}{lcl} 1 & \text{cm}^3 \text{ silver väger} & 10,5 \text{ g} = 10,5 \text{ g} \\ 0,90 & \text{cm}^3 \text{ silver väger} & 0,90 \times 10,5 \text{ g} = 9,5 \text{ g} \end{array}$$

Svar 9,5 gram

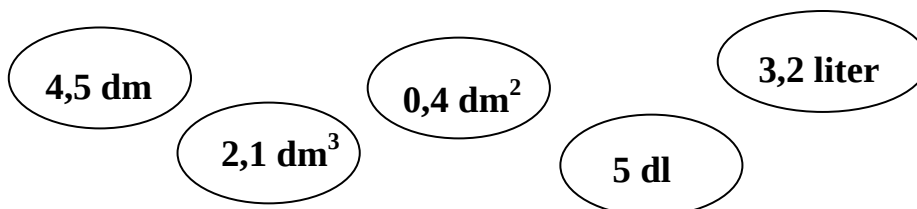
Kommentar Diametern 12 mm har två värdesiffror. Densiteten 10,5 gram/cm³ har tre värdesiffror. Minsta antalet värdesiffror bestämmer antalet värdesiffror i resultatet. Det är rimligt att ange svaret med två värdesiffror.

Kommentar Värdesiffror, även kallade gällande siffror eller signifikanta siffror, är ett mått på hur noggrant ett tal är. Antalet värdesiffror är lika med antalet siffror i talet, exklusive inledande nollor. Avslutande nollor är signifikanta om talet innehåller ett decimalkomma, annars beror antalet värdesiffror på om talet är avrundat eller ej, se nedan.

Tal	Antal värdesiffror
0,03476	4
3476	4
3476,000	7
3 476 000	4 till 7 om det är avrundat

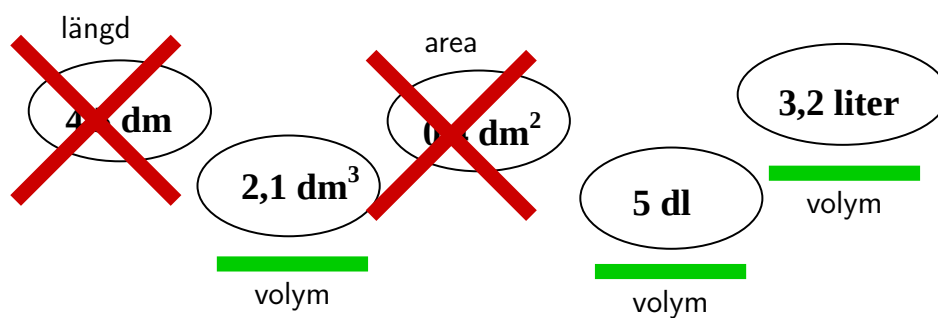
Del II # 4 (2/0) Mätvärden med enheter

4. Nedan visas några mätvärden med enheter.



Några av dessa går att addera. Bestäm vilka och beräkna deras totala summa.

(2/0)



PREFIX

Beteckning	T	G	M	k	h	d	c	m	μ	n	p
Namn	tera	giga	mega	kilo	hekto	deci	centi	milli	mikro	nano	piko
Tiopotens	10 ¹²	10 ⁹	10 ⁶	10 ³	10 ²	10 ⁻¹	10 ⁻²	10 ⁻³	10 ⁻⁶	10 ⁻⁹	10 ⁻¹²

2,1 dm³ 2,1 liter

5 dl 0,5 liter

3,2 liter 3,2 liter

summa 5,8 liter

Svar 5,8 liter (alternativt 5,8 dm³)

Del II # 5 (2/3) Frysbox

5. När en frysbox stängs av stiger temperaturen. Följande formel kan användas för att beräkna temperaturen (y) i grader Celsius då en frysbox har varit avstängd i x timmar.

$$y = 0,2x - 18$$

- a) Vilken är frysboxens temperatur då den varit avstängd två timmar? (1/0)
- b) Hur länge har frysboxen varit avstängd då temperaturen är $0\text{ }^{\circ}\text{C}$? (1/1)
- c) Förklara med egna ord vad formeln innebär. (0/2)

- a) Vilken är frysboxens temperatur då den varit avstängd två timmar?

$$y(0,4) = 0,2 \cdot 2 - 18$$

$$y(0,4) = 0,4 - 18$$

$$y(0,4) = -17,6$$

Svar a) $-17,6\text{ }^{\circ}\text{C}$

- b) Hur länge har frysboxen varit avstängd då temperaturen är $0\text{ }^{\circ}\text{C}$?

$$0 = 0,2 \cdot x - 18$$

$$18 = 0,2 \cdot x$$

$$\frac{18}{0,2} = x$$

$$90 = x$$

Svar b) 90 timmar

Svar c) När frysboxen stängs av är temperaturen $-18\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Temperaturen i frysboxen stiger med $0,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ per timme efter det att den stängts av.

Kommentar Temperaturen stiger $18\text{ }^{\circ}\text{C}$ under 90 timmar enligt modellen. Under 900 timmar stiger temperaturen $180\text{ }^{\circ}\text{C}$, alltså från -18° till $162\text{ }^{\circ}\text{C}$, vilket är uppenbart orimligt. Modeller måste användas med omdöme.

Del II # 6 (2/2) Statistik

6. Tabell över antalet besökare på några badanläggningar 2002 med förändring från 2001.

Badanläggning	Ort	Antal besökare 2002	Förändring från föregående år
Eriksdalsbadet	Stockholm	1 106 000	199 000
Fyrishov, bad	Uppsala	700 000	51 800
Eyrabadet	Örebro	641 000	156 400
Aq-Va-Kul	Malmö	627 000	-7 000
Gustavsvik, bad	Örebro	554 200	-16 900
Valhallabadet	Göteborg	507 319	-24 630
Rosenlundsbadet	Jönköping	50 100	-3 219
Högevallsbadet	Lund	483 925	17 092

Källa: Turistdelegationen

a) Hur många besökare hade Valhallabadet år 2001? (1/0)

b) Antalet besökare har ökat både på Eriksdalsbadet och Eyrabadet. Andreas påstår att ökningen är störst på Eyrabadet medan Johan anser att Eriksdalsbadets ökning är störst. Förklara hur de kan ha resonerat. Redovisa med resonemang och beräkningar. (1/2)

a)

$$\underbrace{-24\,630}_{\text{ändring}} = \underbrace{507\,319}_{\text{nytt}} - \underbrace{x}_{\text{gammalt}}$$

$$x = 507\,319 - (-24\,630)$$

$$x = 507\,319 + 24\,630 = 531\,949$$

Svar a) Valhallabadet hade 531 949 besökare år 2001.

b)

Badanläggning	besökare år 2002	förändring/ökning antal	besökare år 2001	förändring/ökning %
Eriksdalsbadet	1 106 000	199 000	907 000	22 %
Eyrabadet	641 000	156 400	484 600	32 %

För Eriksdalsbadet gäller $\frac{\text{ändring}}{\text{utgångsvärde}} = \frac{199\,000}{907\,000} = 0.21941 \approx 22 \%$

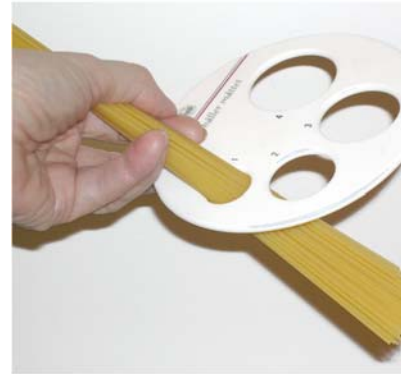
För Eyrabadet gäller $\frac{\text{ändring}}{\text{utgångsvärde}} = \frac{156\,400}{484\,600} = 0.32274 \approx 32 \%$

Svar b) Eriksdalsbadet ökar mest i antal personer. Eyrabadet ökar mest i procent.

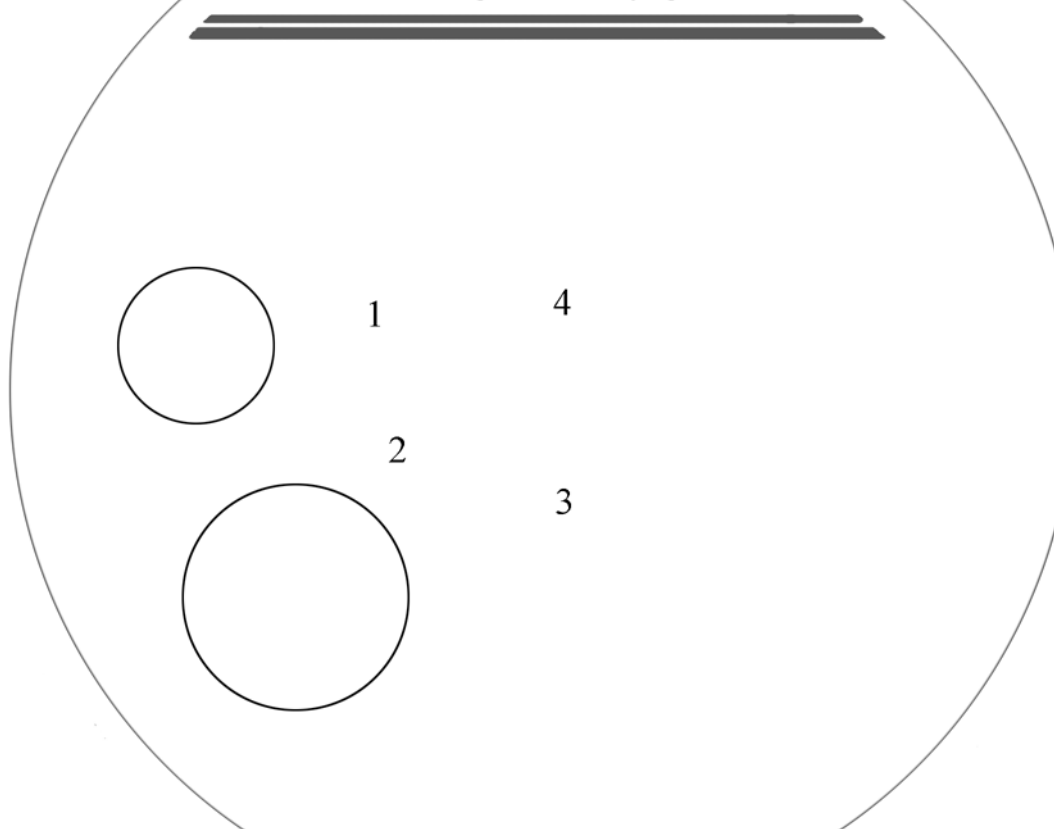
Del II # 7 (2/2/⊗) Spagetti

7. På bilden till höger kan du se hur man använder ett spagettimått.

- a) Mängden pasta till 2 portioner kan mätas upp på två sätt. Visa med beräkningar att portionerna blir lika stora. (1/1)
- b) Visa med hjälp av beräkningar vilken diameter ett liknande mått för 4 portioner ska ha. (1/1)



Doseringsmått för spagetti

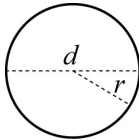


a) Mät upp de två hålens diameter med en linjal.

Diameter hål-1 är 20 mm.

Diameter hål-2 är 28 mm.

Beräkna arean hos de två hålen. I FORMELSAMLINGEN finns följande.

Cirkel $\text{area} = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$ $\text{omkrets} = 2\pi r = \pi d$	
--	---

$$\text{area}_1 = \frac{\pi 20^2}{4} = \frac{\pi 400}{4} = \pi 100 \text{ mm}^2$$

$$\text{area}_2 = \frac{\pi 28^2}{4} = \frac{\pi 784}{4} = \pi 196 \approx \pi 200 \text{ mm}^2$$

Svar a) Det går in ungefär lika mycket spaghetti i 2×hål-1 som i 1×hål-2. Beräkningarna ovan visar detta.

b) Hur stort ska hålet som svarar mot 4 portioner vara?

$$\text{area}_1 = \pi 100 \text{ mm}^2$$

$$\text{area}_4 = 4 \times \text{area}_1 = \pi 400 \text{ mm}^2$$

Bestäm diametern, d , i hålet. Lös ekvationen

$$\pi 400 = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\underbrace{4 \cdot 400}_{1600} = d^2$$

$$d = \sqrt{1600} = 40$$

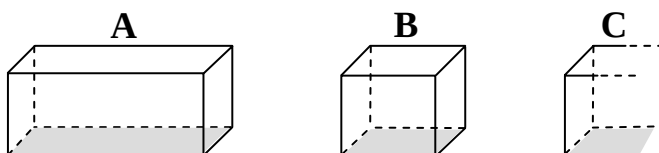
Svar Hålet för 4 portioner ska ha diametern 40 mm.

Kommentar Spagettimåttet är en dålig idé. Traditionellt var spaghetti cirka en halvmeter lång. Idag varierar längden typiskt mellan 25 och 30 cm. Spagettimåttet ger då olika mängd pasta. Spagettimåttet kan dessutom bara mäta spaghetti och inte annan pasta.

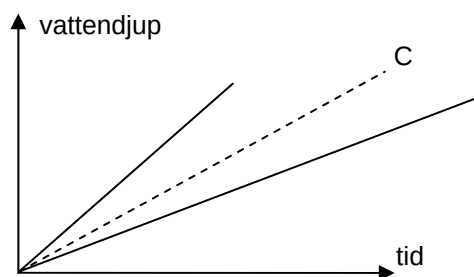
Använd våg, den fungerar för alla sorters pasta, ris, quinoa och matvete. En normalportion är 50-70 gram okokt pasta, ris, quinoa eller matvete.

Del II # 8 (2/2/⊗) Bassäng

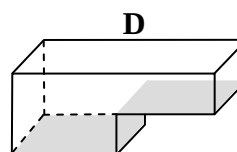
8. I badhuset finns fyra bassänger A, B, C och D. Dessa fylls med vatten som rinner med samma hastighet.



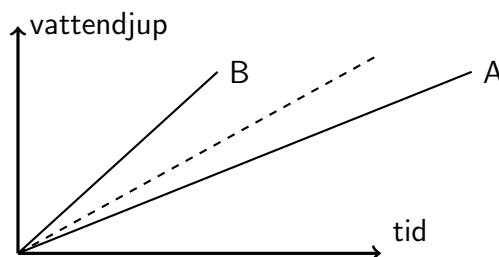
Diagrammet nedan visar hur vattendjupet ändras med tiden för påfyllningen i bassängerna A, B och C.



- a) Markera bassäng A och B i diagrammet. *Endast svar krävs.* (1/0)
- b) Beskriv med ord hur den bassäng ser ut som motsvaras av graf C. (1/0)
- c) Bassäng D fylls med vatten på samma sätt. Beskriv med ord och graf hur vattendjupet ändras. (0/2) ✖

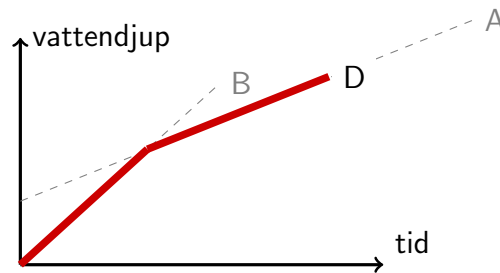


Svar a) Formeln för rätblockets volym är $V = B \cdot h$, där B är bottenyta och h höjd. Rätblocket **B** har mindre bottenyta än **A**. Vattnet stiger snabbare i **B** än i **A**.



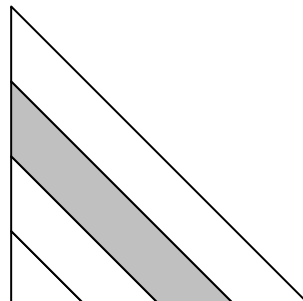
Svar b) Alla bassänger är rätblock. I figuren har rätblocken olika längd. Bassäng **C** är kortare än **A** men längre än **B**.

Svar c) Den djupaste delen av bassängen fylls först. Det går snabbt. När den djupa delen av bassängen är fylld stiger nivån långsammare. Bassäng **D** ser ut att vara en kombination av **A** och **B**.



Del II # 9 (2/1/⊗) Skuggad del

9. Figuren visar en likbent rätvinklig triangel. Två av triangelns sidor är delade i fyra lika stora delar. Hur stor del av triangelns area är skuggad? Motivera ditt svar.

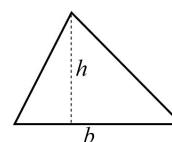


(2/1) ✖

I FORMELSAMLINGEN finns formeln för triangelns yta.

Triangel

$$\text{area} = \frac{bh}{2}$$

**Lösning 1, heltal**

Låt två av triangelns sidor ha längden 4 (längdenheter). Räkna med heltal. Hela triangelns yta är $A_0 = \frac{4^2}{2} = \frac{16}{2}$. Beräkna den skuggade arean som skillnaden av arean hos två trianglar.

$$\begin{array}{ccccc}
 \begin{array}{c} \text{Diagram 1: Triangle with base 4, height 4. A line parallel to the hypotenuse at height 2 divides the legs into segments of length 2 and 2. The top triangle has base 2 and height 2. The bottom trapezoid is shaded red. The x-axis is marked at 0, 2, 3, 4.} \\ A_1 = A_2 - A_3 \end{array} & = & \begin{array}{c} \text{Diagram 2: Triangle with base 4, height 4. A line parallel to the hypotenuse at height 3 divides the legs into segments of length 1 and 3. The top triangle has base 1 and height 1. The bottom trapezoid is shaded red. The x-axis is marked at 0, 3, 4.} \\ A_2 = \frac{3^2}{2} = \frac{9}{2} \end{array} & - & \begin{array}{c} \text{Diagram 3: Triangle with base 4, height 4. A line parallel to the hypotenuse at height 2 divides the legs into segments of length 2 and 2. The top triangle has base 2 and height 2. The bottom trapezoid is shaded red. The x-axis is marked at 0, 2, 4.} \\ A_3 = \frac{2^2}{2} = \frac{4}{2} \end{array}
 \end{array}$$

$$A_1 = \frac{9}{2} - \frac{4}{2} = \frac{5}{2}$$

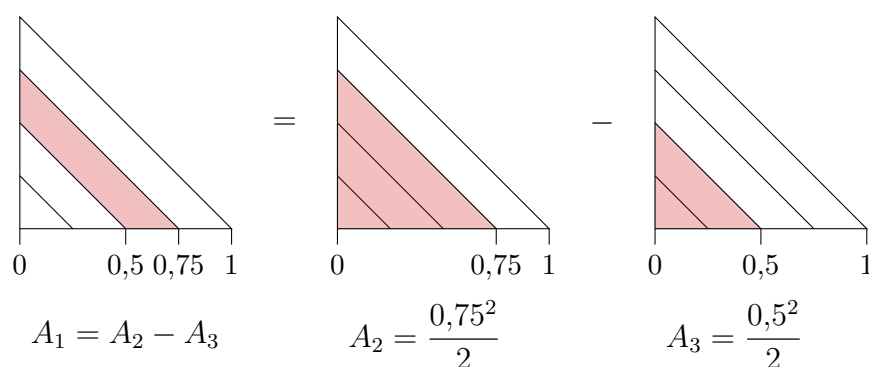
Andel skuggad area är

$$\frac{A_1}{A_0} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{16}{2}} = \frac{5}{16}$$

Svar $\frac{5}{16}$

Lösning 2, decimaltal

Låt två av triangelns sidor ha längden 1 (längdenhet). Räkna med decimaltal. Hela triangelns yta är $A_0 = \frac{1^2}{2} = 0,5$. Beräkna den skuggade arean som skillnaden av arean hos två trianglar.



$$A_1 = \frac{0,75^2}{2} - \frac{0,5^2}{2} = \frac{0,5625}{2} - \frac{0,25}{2} = \frac{0,3125}{2} = 0,15625$$

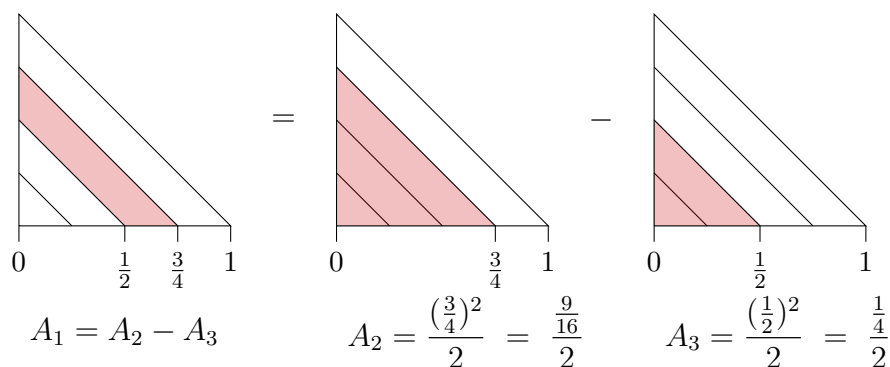
Andel skuggad area är

$$\frac{A_1}{A_0} = \frac{0,15625}{0,5} = 0,3125$$

Svar 0,3125

Lösning 3, bråktal

Låt två av triangelns sidor ha längden 1 (längdenhet). Räkna med bråktal. Hela triangelns yta är $A_0 = \frac{1^2}{2} = \frac{1}{2}$. Beräkna den skuggade arean som skillnaden av arean hos två trianglar.



$$A_1 = \frac{\frac{9}{16}}{2} - \frac{\frac{1}{4}}{2} = \frac{\frac{9}{16}}{2} - \frac{\frac{4}{16}}{2} = \frac{\frac{5}{16}}{2} = \frac{1}{2} \frac{5}{16}$$

Andel skuggad area är

$$\frac{A_1}{A_0} = \frac{\frac{\frac{1}{2} \frac{5}{16}}{\frac{1}{2}}} = \frac{5}{16}$$

Svar $\frac{5}{16}$

Del II # 10 (1/2/⊗) Värdeminskning

10. Martin och Johanna ska köpa en ny bil. Johanna fastnar för en bil som kostar 194 000 kr. Martin påstår att värdet på denna sorts bil sjunker med ungefär 17 % per år. De funderar på hur mycket den bilen skulle vara värd om 3 år och var och en beräknar på sitt sätt.

Martins beräkning

$$\begin{aligned} 17\% + 17\% + 17\% &= 51\% \\ 100 - 51 &= 49\% \\ 49\% \cdot 194\,000 &= 95\,060 \text{ kr} \end{aligned}$$

Johannas beräkning

$$\begin{aligned} 1 - 0,17 &= 0,83 \\ 0,83^3 \cdot 194\,000 \text{ kr} &= 110\,927 \text{ kr} \end{aligned}$$

Vem har tolkat problemet rätt? Hur kan Martin och Johanna ha *resonerat*? (1/2) ✖

Svar Martin räknar med lika stor värdeminskning i kronor varje år. Detta är inte realistiskt. En gammal bil med lågt värde minskar inte lika mycket i kronor som en ny bil. Modellen fungerar under ett år.

Johanna räknar med en konstant förändringsfaktor vilket betyder att värdeminskningen i kronor är störst första året. Värdeminskningen är en konstant andel av bilens aktuella värde. Modellen fungerar under flera år.

Del II # 11 (5/6/⊗) Följder av heltal

11. Följder av heltal

Välj tre heltal som kommer direkt efter varandra, t ex 6, 7, 8

Addera talen: $6 + 7 + 8 = 21$

Multiplitera antalet tal med det mellersta talet: $3 \cdot 7 = 21$

- Gör motsvarande beräkning för några olika talföljder med tre andra tal som kommer direkt efter varandra. Beskriv resultatet av din undersökning. Förklara sambandet med ord eller formel.
- Undersök på liknande sätt summan av fem eller sju tal som följer på varandra. Beskriv dina undersökningar och förklara sambandet med ord eller formler.
- Undersök vad som gäller för summan av fyra eller sex tal som följer på varandra. Beskriv dina undersökningar och förklara sambandet med ord *och* formler.
- Vilket samband gäller då antalet tal är n ?

(5/6) ✎

Punkt 1

$$\begin{array}{c}
 \text{mellersta talet} \\
 6 + \overbrace{7} + 8 = 21 = 3 \cdot 7 \\
 \text{antal tal} = 3 \\
 \text{mellersta talet} \\
 16 + \overbrace{17} + 18 = 51 = 3 \cdot 17 \\
 \text{antal tal} = 3
 \end{array}$$

Slutsats 1 I dessa två fall gäller att summan av 3 på varandra följande heltal är lika med 3 gånger mellersta talet (medianen). Se också kommentaren på sidan 34.

Punkt 2

$$\begin{array}{c}
 \text{mellersta talet} \\
 \underbrace{3 + 4 + 5 + \overbrace{6}^{\text{mellersta talet}} + 7 + 8 + 9}_{\text{antal tal} = 7} = 42 = 7 \cdot 6 \\
 \text{mellersta talet} \\
 \underbrace{23 + 24 + 25 + \overbrace{26}^{\text{mellersta talet}} + 27 + 28 + 29}_{\text{antal tal} = 7} = 182 = 7 \cdot 26
 \end{array}$$

Slutsats 2 I dessa två fall gäller att summan av 7 på varandra följande heltal är lika med 7 gånger mellersta talet (medianen).

Punkt 3

$$\begin{array}{c}
 \text{median } 5,5 \\
 \underbrace{3 + 4 + \overbrace{5 + 6}^{\text{median } 5,5} + 7 + 8}_{\text{antal tal} = 6} = 33 = 6 \cdot 5,5 \\
 \text{median } 70,5 \\
 \underbrace{33 + 34 + \overbrace{35 + 36}^{\text{median } 70,5} + 37 + 38}_{\text{antal tal} = 6} = 423 = 6 \cdot 70,5
 \end{array}$$

Slutsats 3 I dessa två fall gäller att summan av 6 på varandra följande heltal är lika med 6 gånger medianen.

Punkt 4 Vilket samband gäller då antalet heltal är n ? Det finns två fall, n är ett jämnt tal och n är udda.

Antag att det mittersta talet är x och att antalet tal är $n = 2p + 1$. Det finns p tal till vänster om mitten och p till höger om x . Talen till vänster och höger om mitten bildar par med summan $2x$.

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 x-p & x-(p-1) & \dots\dots & x-1 & x & x+1 & \dots\dots & x+(p-1) & x+p \\
 \text{par } p & & & \text{par } 1 & & \text{par } 1 & & & \text{par } p
 \end{array}$$

Det finns p sådana par och summa av alla par är $p \cdot 2x$. Tillsammans med mittpunkten blir summan av alla tal $\underbrace{p \cdot 2x}_{\text{paren}} + \underbrace{x}_{\text{mitt}} = x \underbrace{(2p + 1)}_n = nx$. Summan av ett udda antal tal, n , är nx där x är talens median.

Studera fallet med ett jämnt antal tal, $n = 2p$. De två mittersta talen är $(x - 1)$ och x . Det finns p tal till vänster och p till höger om mitten. Talen till vänster och höger om mitten bildar par med summan $(2x - 1)$.

$$\begin{array}{ccccccccccc} x-p & x-(p-1) & & \dots\dots & x-1 & x & & \dots\dots & x+(p-2) & x+p-1 \\ \text{par } p & & & & \text{par } 1 & \text{par } 1 & & & & \text{par } p \end{array}$$

Det finns p sådana par och summa av alla par är $p(2x - 1) = \underbrace{2p}_n \underbrace{\left(x - \frac{1}{2}\right)}_{\text{median}}$.

Summan av ett udda antal tal, n , är nx där x är talens median.

Slutsats 4 Summan av n tal i följd blir nx där x är talens median.

Kommentar slutsats 1 Endast två konkreta fall är visade. Slutsatsen gäller bara dessa två konkreta fall. För att visa att slutsatsen gäller generellt så måste vi argumentera på följande sätt. Antag att talen är $x - 1$, x och $x + 1$ där x är ett godtyckligt heltal.

$$\underbrace{(x-1) + \overbrace{x}^{\text{mellersta talet}} + (x+1)}_{\text{antal tal} = 3} = \underbrace{(x-1) + x + (x+1)}_{\text{summan} = 3x} = \underbrace{3}_{\text{antal}} \cdot \underbrace{x}_{\text{mellersta}}$$

Då x är ett godtyckligt tal har vi visat att summan av tre på varandra följande heltal är lika med produkten av antalet tal och mellersta talet.