Kursprov Ma2c

Innehåll

Förord

I provet vt 2012 fanns också en muntlig del. Den muntliga delen har utgått och kommer inte att finnas i det kursprov du gör. Vårterminen 2012 omfattade den muntliga delen 7 poäng fördelade enligt (3/1/3).

Fullständiga lösningar till kursprovet, vt 2012, kommer att delas ut i pappersform på lektion. Kursprover till den äldre kursen MaB duger också utmärkt för träning i kursen Ma2c.

Tips

För att klara kursen behöver du

- Tid
- Tålamod
- Gott självförtroende

Del I	Uppgift 1-10. Endast svar krävs.
Del II	Uppgift 11-15. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för del I och del II tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av Del I, Del II, Del III samt en muntlig del och ger totalt 76 poäng varav 28 E-, 24 C- och 24 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 18 poäng
D: 29 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 38 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå
B: 50 poäng varav 8 poäng på A-nivå
A: 61 poäng varav 14 poäng på A-nivå

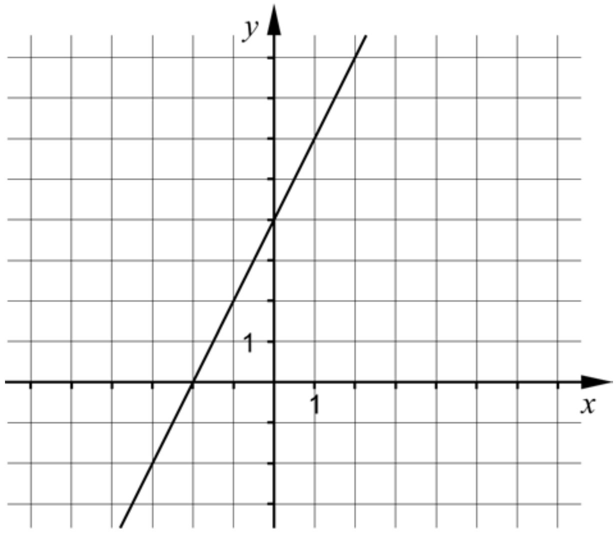
Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där *Endast svar krävs* behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla de papper du lämnar in.

Del I: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1.



a) Bestäm ekvationen för den räta linjen i figuren. ______________________ (1/0/0)

b) Rita i koordinatsystemet en rät linje med riktningskoefficienten $k = -1$ (1/0/0)

2. Förenkla uttrycket $(x+5)(x-5)+25$ så långt som möjligt.

______________________ (1/0/0)

3. Lös ekvationerna

a) $x(x+7)=0$ ______________________ (1/0/0)

b) $\lg x = 3$ ______________________ (1/0/0)

c) $2^3 \cdot 2^x = 2^{2x}$ ______________________ (0/1/0)

4. Vilken av följande ekvationer A-E har icke-reella lösningar?

A. $x^2 = 16$

B. $x^2 + 6 = 0$

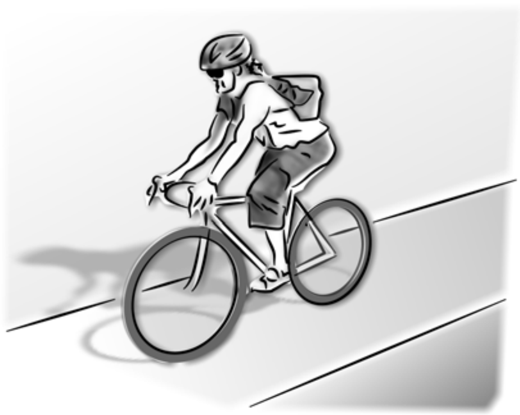
C. $x^2 = 0$

D. $x^2 - \sqrt{5} = 0$

E. $x^2 - \frac{9}{4} = 0$

______________________(1/0/0)

5. Anna har 7 km att cykla från hemmet till skolan. Vanligtvis cyklar hon med hastigheten 0,35 km/min. Teckna en funktion som anger hur lång sträcka *y* km hon har kvar till skolan då hon cyklat i *x* minuter.



______________________(0/1/0)

6. För en andragradsfunktion gäller:

- Funktionen har ett nollställe för $x = 4$
- Funktionen har sitt största värde för $x = 1$

För vilket värde på x har funktionen sitt andra nollställe?

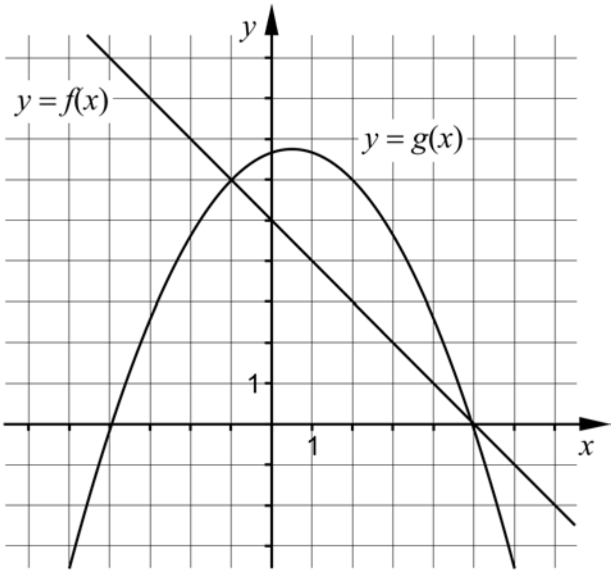
______________________(0/1/0)

7. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a) $2\lg x - 0{,}5\lg x^2$ ________________________ (0/1/0)

b) $(xy - y)^2 \cdot y^{-2}$ ________________________ (0/0/1)

8. I koordinatsystemet visas graferna till den linjära funktionen $y = f(x)$ och andragradsfunktionen $y = g(x)$



Avläs i figuren och besvara frågorna.

a) Bestäm $g(2)$ ________________________ (1/0/0)

b) För vilka värden på x gäller att $f(x) < g(x)$? ________________________ (0/2/0)

c) Ange ekvationen för en rät linje som *inte* skär någon av graferna till funktionerna.

________________________ (0/0/1)

9. I början av år 2011 köpte Matilda en dator för 10000 kr. Datorns värde kan beskrivas med $V(t) = 10000 \cdot 0{,}60^t$ där V är datorns värde i kr och t är tiden i år efter inköpet.

a) Med hur många procent minskar datorns värde per år?

______________________(1/0/0)

b) Teckna en ny funktion som anger datorns värde V i kr som funktion av tiden t, där tiden nu istället ska räknas i *månader* efter inköpet.

______________________(0/0/1)

10. Ett ekvationssystem består av två ekvationer där varje ekvation innehåller två variabler x och y.

a) Den ena ekvationen är $3x + 2y = 12$
Ge ett exempel på hur den andra ekvationen kan se ut så att ekvationssystemet saknar lösningar.

______________________(0/0/1)

b) Den ena ekvationen är fortfarande $3x + 2y = 12$
Ge ett exempel på hur den andra ekvationen kan se ut så att ekvationssystemet endast får lösningen $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

______________________(0/0/1)

Del II: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

11. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 2x - y = -9 \\ 5x + 2y = 0 \end{cases}$ med algebraisk metod. (2/0/0)

12. Lös ekvationerna med algebraisk metod.

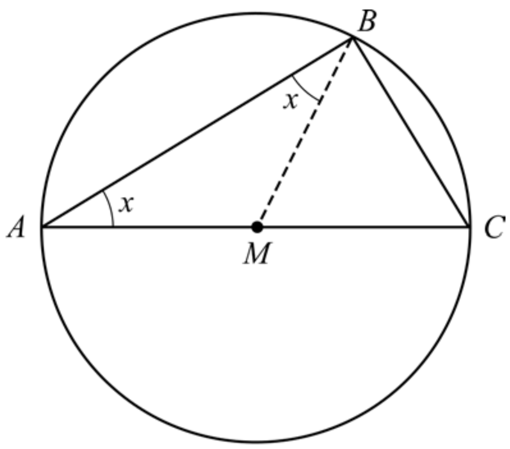
a) $x^2 - 4x - 45 = 0$ (2/0/0)

b) $\sqrt{35 - 2x} = x$ (0/3/0)

13. Thales från Miletos var en grekisk matematiker som levde för 2600 år sedan. Han formulerade en sats med följande innebörd:

Varje triangel som är inskriven i en cirkel har en rät vinkel om en av triangelns sidor är diameter i cirkeln.

Triangeln *ABC* är inskriven i en cirkel på ett sådant sätt. Sidan *AC* är en diameter i cirkeln. Punkten *M* är mittpunkt på sträckan *AC*. I figuren är även sträckan *BM* inritad.



a) Förklara varför de två vinklarna betecknade med x är lika stora. (1/1/0)

b) Visa, utan att använda randvinkelsatsen, att Thales sats är korrekt. (0/2/2)

14. I ekvationen $x^2 - (a-1)^2 = 0$ är a en konstant.
Lös ekvationen och svara på så enkel form som möjligt. (0/0/2)

15. På linjen $y = 2x - 5$ ligger en punkt P i första kvadranten. Avståndet mellan punkten P och origo är 10 längdenheter. Bestäm x-koordinaten för punkten P.
Svara exakt. (0/0/4)

Del III	Uppgift 16-23. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av Del I, Del II, Del III samt en muntlig del och ger totalt 76 poäng varav 28 E-, 24 C- och 24 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 18 poäng
D: 29 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 38 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå
B: 50 poäng varav 8 poäng på A-nivå
A: 61 poäng varav 14 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där *Endast svar krävs* behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

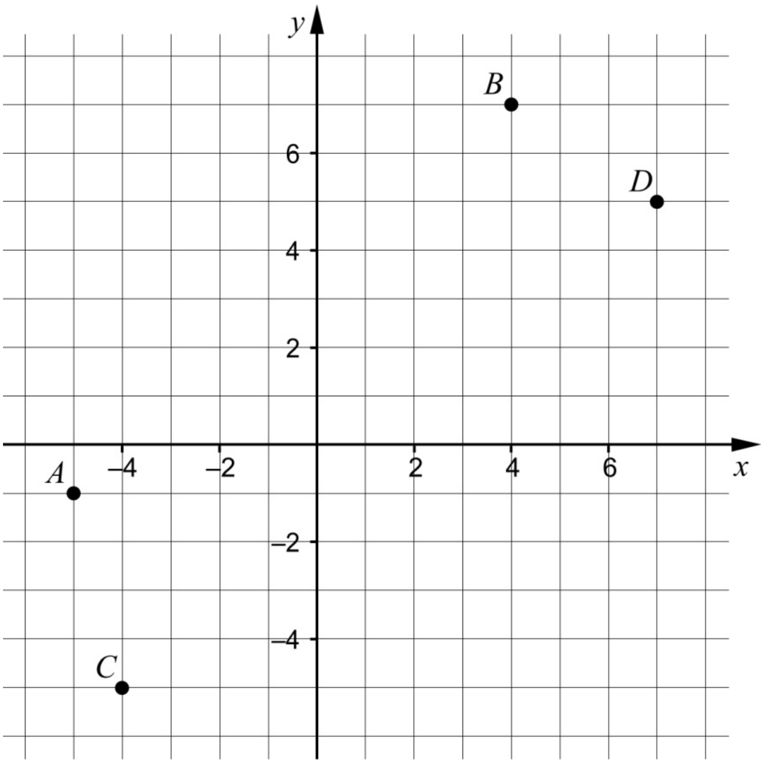
Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla de papper du lämnar in.

Del III: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

16. Två likformiga rektanglar har olika mått. Rektangel *A* har sidorna 4 cm och 6 cm. Rektangel *B* har en sida som är 12 cm.

Vilka mått kan den andra sidan hos rektangel *B* ha? (2/0/0)

17. En linje L_1 ritas genom punkterna *A* och *B*.
En annan linje L_2 ritas genom punkterna *C* och *D*.



Är linjerna L_1 och L_2 parallella? Motivera ditt svar. (3/0/0)

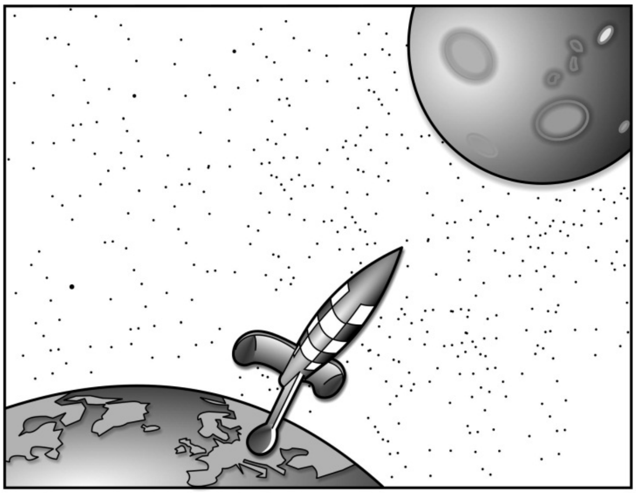
18. Marcus sätter in en stek i ugnen klockan 14.30.
Då är temperaturen i steken $16{,}5\ °\mathrm{C}$. Därefter ökar temperaturen $T\ °\mathrm{C}$ i steken enligt sambandet:

$T(t) = 16{,}5 \cdot 1{,}0085^t$

där *t* är tiden i minuter. När stektermometern visar $77\ °\mathrm{C}$ är steken klar.

Hinner steken bli klar till klockan 18.00 då Marcus ska bjuda på middag? (2/0/0)

19. Hugo och Ilona ska göra en datorsimulering av en raket som ska landa på månen. De har var sin modell för att beskriva raketens rörelse mot månens yta.



Hugo använder modellen $h(t)=\frac{t^2}{90}-\frac{20t}{3}+1000$ där h är höjden i meter över månens yta och t är tiden i sekunder från det att raketen påbörjar sin landning.

a) På vilken höjd över månen påbörjar raketen sin landning enligt Hugos modell? (1/0/0)

b) Beräkna $h(300)$ och tolka resultatet. (1/1/0)

Ilona använder modellen $g(t)=1000-\frac{10t}{3}$ där g är höjden i meter över månens yta och t är tiden i sekunder från det att raketen påbörjar sin landning.

Jämför Hugos och Ilonas modeller för hur raketen rör sig mot månens yta från det att raketen påbörjar sin landning till dess att den landat på månen.

c) Beskriv två likheter hos modellerna. (0/1/0)

d) Beskriv någon skillnad mellan modellerna. (0/1/1)

20. Ett företag fyller konservburkar med krossade tomater. Enligt märkningen innehåller en burk 400 g tomater. Tomaternas vikt är normalfördelad kring medelvärdet 395 g och standardavvikelsen är 5,0 g.

a) Hur många procent av konservburkarna kan förväntas innehålla mindre än de 400 g som anges på burken? (2/0/0)

Företaget vill inte ha för många missnöjda kunder och tänker därför fylla konservburkarna lite mer. De ändrar kravet till att minst 97,7 % av burkarna ska innehålla minst 400 g tomater. Standardavvikelsen antas fortfarande vara 5,0 g.

b) Beräkna vilket medelvärde på vikten som motsvarar detta nya krav. (0/3/0)

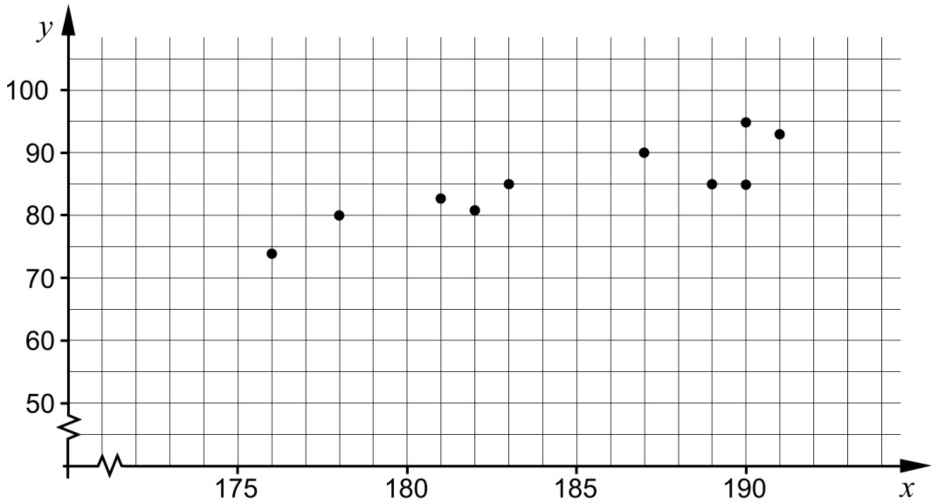
21. Alice och Moa diskuterar medelvärde och median.

Alice påstår:
”Medelvärdet av tre på varandra följande heltal är alltid lika med talens median.”
Moa svarar:
”Nej, det gäller inte alltid.”

Vem har rätt, Alice eller Moa? Motivera ditt svar. (1/1/1)

22. I tabellen och diagrammet visas längd och vikt för tio män från samma arbetsplats.

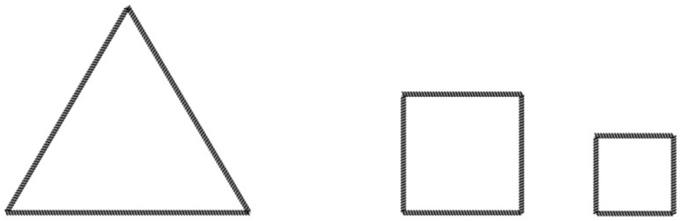
Namn	Längd (cm)	Vikt (kg)
Anders	187	90
Leif	183	85
Göte	190	85
Bengt	189	85
Per	190	95
Stig	191	93
Lennart	176	74
Torgny	182	81
Bertil	181	83
Ingemar	178	80



a) Bestäm ett linjärt samband mellan vikten y kg och längden x cm. (0/1/0)

b) Utgå från det linjära samband du bestämde i a). Tolka vad riktningskoefficienten betyder i detta sammanhang. (0/0/2)

23. Ett tunt snöre är 24 m långt. Snöret kan formas till olika geometriska figurer.



Figur 1 Figur 2

a) Hela snöret formas till en liksidig triangel, se Figur 1. Bestäm triangelns area. (0/3/0)

b) Snöret delas sedan i två olika långa delar. Av varje del formas en kvadrat, se Figur 2. Undersök om det är möjligt att kvadraterna tillsammans får arean 17 m^2. (0/0/4)

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Del I

1. **Max 2/0/0**

a) Korrekt svar ($y = 2x + 4$) +1E_P

b) Godtagbart ritad rät linje +1E_B

2. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (x^2) +1E_P

3. **Max 2/1/0**

a) Korrekt svar ($x_1 = 0$ och $x_2 = -7$) +1E_P

b) Korrekt svar ($x = 10^3$) +1E_P

c) Korrekt svar ($x = 3$) +1C_P

4. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (Alternativ B: $x^2 + 6 = 0$) +1E_B

5. **Max 0/1/0**

Korrekt svar ($y = 7 - 0{,}35x$) +1C_M

6. **Max 0/1/0**

Korrekt svar ($x = -2$) +1C_B

7. **Max 0/1/1**

a) Korrekt svar ($\lg x$) +1C_P

b) Korrekt svar ($(x-1)^2$ eller $x^2 - 2x + 1$) +1A_P

8.		**Max 1/2/1**
a)	Korrekt svar (6)	$+1E_B$
b)	Godtagbart angivna gränser, t.ex. ”för x mellan -1 och 5”	$+1C_B$
	där svaret kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för C, d.v.s. med korrekt använda olikhetstecken ($-1 < x < 5$)	$+1C_K$
c)	Korrekt svar (t.ex. $y = -x + 12$) *Kommentar:* $y = -x + m$ där $m > 8$	$+1A_B$
9.		**Max 1/0/1**
a)	Korrekt svar (40 %)	$+1E_M$
b)	Korrekt svar ($V = 10000 \cdot 0{,}60^{\frac{t}{12}}$)	$+1A_M$
10.		**Max 0/0/2**
a)	Korrekt svar (t.ex. $3x + 2y = 8$)	$+1A_B$
b)	Korrekt svar (t.ex. $x + y = 5$)	$+1A_{PL}$

Del II

11.		**Max 2/0/0**
	Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer en variabel med algebraisk metod	$+1E_P$
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = -2,\ y = 5$)	$+1E_P$
12.		**Max 2/3/0**
a)	Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering	$+1E_P$
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = -5,\ x_2 = 9$)	$+1E_P$
b)	Godtagbar ansats, löser ekvationen $35 - 2x = x^2$ och finner korrekta lösningar $x_1 = 5$ och $x_2 = -7$	$+1C_P$
	med uteslutning av den ena lösningen och korrekt svar ($x = 5$)	$+1C_P$
	med välgrundat resonemang om varför den ena lösningen uteslutits, t.ex. ”$\sqrt{49}$ kan inte bli -7”	$+1C_R$

13. **Max 1/3/2**

a)

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ”Triangeln *ABM* är likbent.” $1E_R$	Godtagbart välgrundat resonemang. t.ex. ”Triangeln *ABM* är likbent för att *AM* och *BM* är radier i cirkeln.” $1E_R$ och $1C_R$	

b)

E	C		A
	Eleven visar Thales sats för ett specialfall eller eleven påbörjar en generell metod. $1C_R$	Eleven visar Thales sats (generellt) där någon motivering kan vara bristfällig. $2C_R$	Eleven visar Thales sats (generellt) med korrekta motiveringar. $2C_R$ och $1A_R$
			Lösningen kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för A. $1A_K$

Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.

14. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ett korrekt uttryck som leder till att båda rötterna kan bestämmas, t.ex. $x = \pm\sqrt{(a-1)^2}$ +$1A_P$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = a-1,\ x_2 = 1-a$) +$1A_P$

15. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, t.ex. ritar figur som visar att informationen i uppgiften och vad som söks är korrekt tolkat +$1A_B$

med korrekt tecknad ekvation, t.ex. $x^2 + (2x-5)^2 = 10^2$ +$1A_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning där uteslutningen av den negativa roten är motiverad med korrekt svar ($x = 2 + \sqrt{19}$) +$1A_{PL}$

Lösningen kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för A +$1A_K$

Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.

Del III

16. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, visar förståelse för likformighetsbegreppet, t.ex. genom att bestämma en tänkbar längd på sidan $+1E_B$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (8 cm och 18 cm) $+1E_{PL}$

17. **Max 3/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer riktningskoefficienten för en av linjerna $+1E_B$

med godtagbar fortsättning, t.ex. korrekt bestämning av riktningskoefficienterna $k_{AB} = \frac{8}{9}$ och $k_{CD} = \frac{10}{11}$ $+1E_P$

med godtagbar motivering (t.ex. ”Nej, de är inte parallella eftersom riktnings-koefficienterna inte är lika stora.”) $+1E_R$

Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.

18. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar $77 = 16{,}5 \cdot 1{,}0085^t$ $+1E_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. ”Ja, steken blir klar i tid.”) $+1E_{PL}$

19. **Max 2/3/1**

a) Korrekt svar (1000 m) $+1E_M$

b) Korrekt beräkning av $h(300)$, 0 $+1E_P$

med godtagbar tolkning av svaret t.ex. ”Efter bromsning i 300 s så landar raketen på månen” $+1C_M$

c) Godtagbar beskrivning av likheterna (t.ex. ” $h(0) = g(0)$ och $h(300) = g(300)$ ”) $+1C_M$

Kommentar: Likheter som redan finns angivna i uppgiftstexten godtas ej.

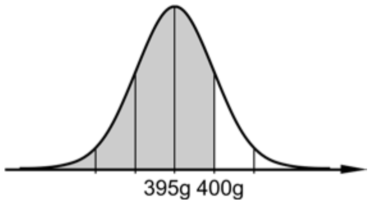
d)

E	C	A
	Eleven ger något enkelt omdöme om en av modellerna, t.ex. ”höjden minskar lika mycket hela tiden i Ilonas modell.” $1C_M$	Eleven ger ett nyanserat omdöme om båda modellerna genom att dra någon slutsats om olikheter mellan modellerna i sin helhet t.ex. ”höjden minskar lika mycket hela tiden i Ilonas modell, i den andra går det fortare i början och långsammare på slutet.” $1C_M$ och $1A_M$

Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.

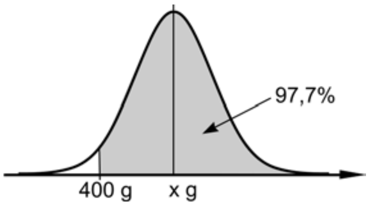
20. **Max 2/3/0**

a) Godtagbar ansats, t.ex. ritar figur som illustrerar problemet t.ex. $+1E_B$



med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (84 %) $+1E_{PL}$

b) Godtagbar ansats, t.ex. ritar figur som illustrerar problemet t.ex. $+1C_B$



med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (410 g) $+1C_{PL}$

Lösningen kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för C $+1C_K$

Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.

21. **Max 1/1/1**

E	C	A
Eleven påstår att Alice har rätt genom att räkna på ett specialfall där medianen blir lika stor som medelvärdet $1E_R$	Eleven påstår att Alice har rätt genom att räkna på några specialfall där medianen blir lika stor som medelvärdet *eller* eleven gör en generell ansats, t.ex. genom att teckna medelvärdet $\frac{x+x+1+x+2}{3}$ av de tre talen. $1E_R$ och $1C_R$	Eleven motiverar att Alice har rätt genom att generellt *visa* att oavsett vilka tre tal som väljs, så är medianen alltid lika stor som medelvärdet $1E_R$ och $1C_R$ och $1A_R$

Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.

22. **Max 0/1/2**

a) Godtagbar bestämning av sambandet genom anpassning av linje direkt i diagrammet (t.ex. $y = x - 100$)* eller med hjälp av funktionen för linjär regression på räknaren ($y = 0{,}993x - 98{,}3$) $+1C_P$

**Kommentar:* Anpassning av linje direkt i diagrammet kan medföra stora variationer på koefficienterna trots att anpassningen är korrekt utförd.

b) Godtagbar tolkning av riktningskoefficienten (t.ex. ”1 cm ger 1 kg till”) $+1A_M$

där lösningen kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för A (t.ex. ”För varje cm en man ökar i längd ökar han i genomsnitt med 1 kg i vikt”) $+1A_K$

23. **Max 0/3/4**

a) Godtagbar ansats, t.ex. korrekt uppställd ekvation för beräkning av triangelns höjd $+1C_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (28 m^2) $+1C_{PL}$

Lösningen kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för C $+1C_K$

Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.

b) Godtagbar ansats, t.ex. korrekt uppställd modell för sammanlagda arean

$y_1 = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{24-x}{4}\right)^2$ $+1\text{A}_{\text{M}}$

med godtagbar strategi för lösning av problemet, t.ex. ritar två grafer på sin räknare, $y_1 = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{24-x}{4}\right)^2$ och $y_2 = 17$ $+1\text{A}_{\text{PL}}$

med godtagbar tolkning, t.ex. studerar de två graferna och konstaterar att de aldrig skär varandra (”Arean kan inte vara 17 m^2”) $+1\text{A}_{\text{PL}}$

Lösningen kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för A $+1\text{A}_{\text{K}}$

Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.