

Innehåll

Förord	1
NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS 2a HÖSTEN 2013	2
Uppgift 1-9. Endast svar krävs. UTAN miniräknare	3
Uppgift 10-14. Fullständiga lösningar krävs. UTAN miniräknare	5
Uppgift 15-23. Fullständiga lösningar krävs. MED miniräknare	9

Förord

Kom ihåg

- Matematik är att vara tydlig och logisk
- Använd text och inte bara formler
- Rita figur (om det är lämpligt)
- Förklara införda beteckningar

Du ska visa att du kan

- Formulera och utvecklar problem, använda generella metoder/modeller vid problemlösning.
- Analysera och tolka resultat, dra slutsatser samt bedöma rimlighet.
- Genomföra bevis och analysera matematiska resonemang.
- Värdera och jämföra metoder/modeller.
- Redovisa välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.

Delprov B	Uppgift 1-9. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 10-14. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 53 poäng varav 22 E-, 18 C- och 13 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 14 poäng

D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå

C: 29 poäng varav 10 poäng på minst C-nivå

B: 37 poäng varav 4 poäng på A-nivå

A: 43 poäng varav 7 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

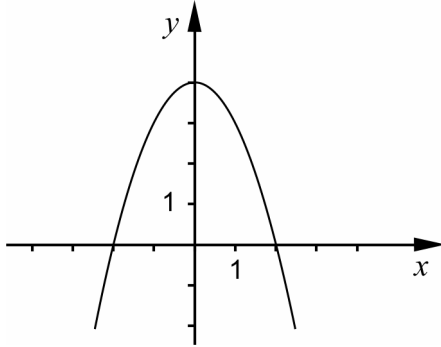
Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. Endast svar krävs. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. Beräkna $f(3)$ om $f(x) = 9 + x^2$ _____ (1/0/0)

2. Figuren visar grafen till funktionen $y = -x^2 + c$



a) Bestäm funktionens nollställen med hjälp av figuren.

_____ (1/0/0)

b) Bestäm värdet på konstanten c med hjälp av figuren.

_____ (1/0/0)

3. Förenkla $(x + 5)^2 - 10x$ så långt som möjligt. _____ (1/0/0)

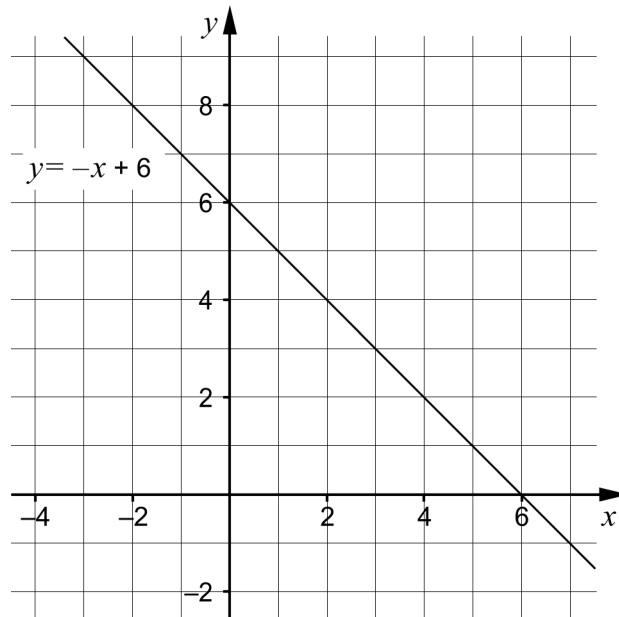
4. Lös ekvationerna

a) $x^2 - 64 = 0$ _____ (1/0/0)

b) $\frac{1}{x^2} = 2$ _____ (1/0/0)

5. Beräkna $5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{5}{3}}$ _____ (1/0/0)

6. Ett linjärt ekvationssystem består av två ekvationer. I koordinatsystemet finns grafen till den ena ekvationen ritad.



- a) Grafen till den andra ekvationen har lutningen $k = 0,5$. Rita grafen till denna ekvation så att ekvationssystemet får lösningen $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$ (1/1/0)
- b) Ange ekvationssystemet som nu finns avbildat i koordinatsystemet. _____ (0/1/0)

7. Nedan finns tre ekvationer och fyra påståenden.

$$(x + 2)^2 = (x - 2)^2$$

$$(x + 2)(x - 2) = (2 + x)(2 - x)$$

$$(x + 2)^2 = (x + 2)^2$$

Ekvationen har ingen lösning

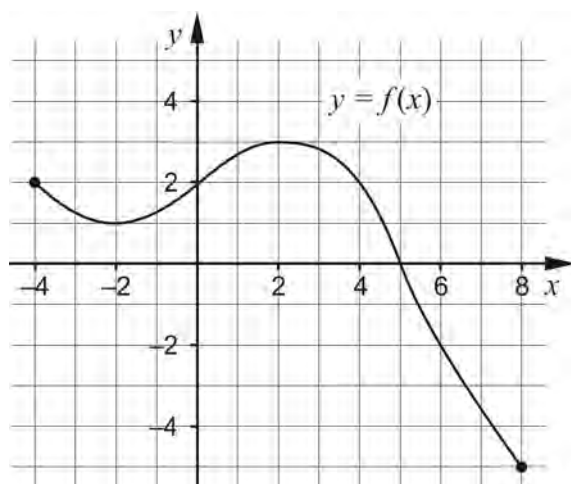
Ekvationen har en lösning

Ekvationen har två lösningar

Ekvationen har oändligt många lösningar

- Dra en linje från var och en av ekvationerna till korrekt påstående. (0/1/1)

8. Figuren visar grafen till funktionen f



- a) Vilket av alternativen A-F anger funktionens värdemängd?

A. $-5 \leq y \leq 2$

B. $-5 \leq x \leq 2$

C. $-4 \leq y \leq 8$

D. $-4 \leq x \leq 8$

E. $-5 \leq y \leq 3$

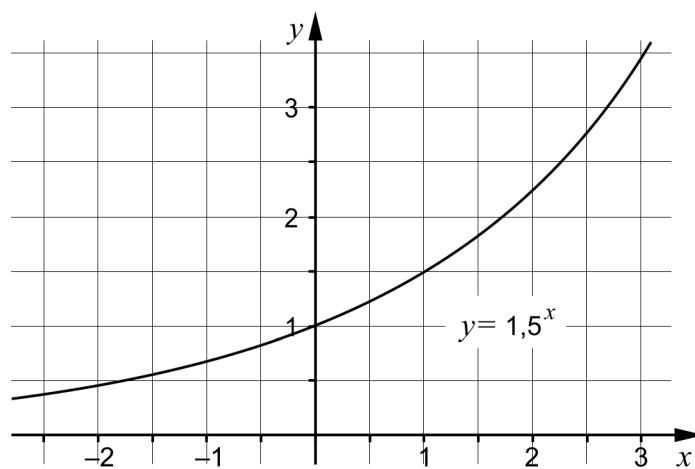
F. $-5 \leq x \leq 3$

_____ (0/1/0)

- b) Bestäm $f(a)$ då $f(a+1) = -2$

_____ (0/0/1)

9. Figuren visar grafen till exponentialfunktionen $y = 1,5^x$



Använd grafen och lös följande ekvationer.

a) $1,5^x = 3$ _____ (1/0/0)

b) $1,5^x \cdot 1,5^{-2x} = 3$ _____ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

10. Lös ekvationen $x^2 - 12x + 20 = 0$ med algebraisk metod. (2/0/0)

11. Sonny är på besök i Umeå. Under besöket planerar han att göra några resor med den lokala bussen. På bussbolagets hemsida kan han läsa om biljettpreiser för ungdomar i åldern 7-19 år.

Biljettpreis ungdomar 7-19 år		
Enkelbiljett		13 kronor/resa
Rabattkort	Pris för kort utan laddade resor	25 kronor
	Pris per laddad resa	9 kronor/resa

Vid köp av ett kort som laddas med x stycken resor blir den totala kostnaden y kronor.

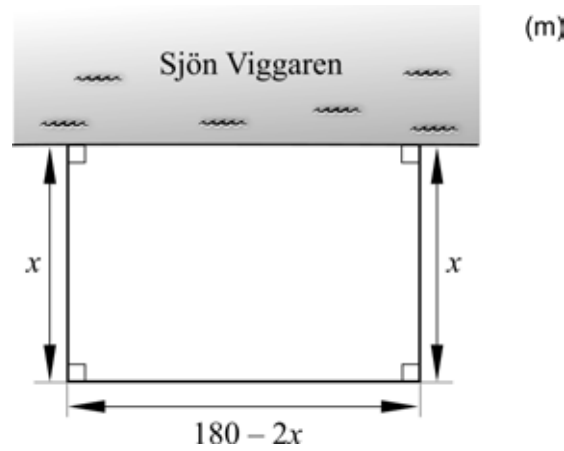
a) Ange ett linjärt samband mellan den totala kostnaden y kronor och x stycken resor. *Endast svar krävs* (1/0/0)

Sonny funderar på att köpa ett rabattkort.

b) Hur många resor måste Sonny minst åka för att det ska löna sig att köpa rabattkortet istället för att köpa enkelresor? (2/0/0)



12. Bengt i Boda tänker bygga en rektangulär hage för sina hästar på ängsmarken som gränsar till sjön Viggaren. Han har 180 meter stängsel som ska räcka till tre sidorna eftersom den fjärde sidan utgörs av sjön. Se figur nedan.



Teckna ett uttryck för hagens area och bestäm vilka mått hagen ska ha för att arean ska bli så stor som möjligt.

(1/3/0)

13. Vilka värden kan konstanten m ha för att graferna till funktionerna $y = x^2 + 3,7$ och $y = 2x + m$ inte ska skära varandra?

(0/0/2)

14. En rätvinklig triangelns hörn har koordinaterna $(-2, 0)$, $(6, 0)$ och $(0, a)$ där $a > 0$. Bestäm det exakta värdet på a .

(0/0/3)

Delprov D	Uppgift 15-23. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 53 poäng varav 22 E-, 18 C- och 13 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 14 poäng

D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå

C: 29 poäng varav 10 poäng på minst C-nivå

B: 37 poäng varav 4 poäng på A-nivå

A: 43 poäng varav 7 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

15. Bestäm ekvationen för den räta linje som går genom punkterna (4, 3) och (6, 7) (2/0/0)

16. Anna och Stina köper lördagsgodis. Anna köper 4 klubbor och 12 kolor och betalar 32 kronor. Stina köper 2 klubbor och 4 kolor och betalar 13 kronor.

- Vad kostar en klubba respektive en kola? undrar Anna.
- Det kan vi ta reda på genom att lösa ett ekvationssystem, säger Stina.

Stina tecknar följande ekvationssystem:

$$\begin{cases} 4x + 12y = 32 \\ 2x + 4y = 13 \end{cases}$$

- a) Vad betyder x respektive y i detta sammanhang? (1/0/0)
- b) Lös ekvationssystemet och bestäm vad en klubba respektive en kola kostar. (2/0/0)



17. En rät linje har lutningen $k = 3,5$ och går genom punkten (2, 5). Går linjen även genom en punkt med y -koordinaten -500 ? Motivera ditt svar. (0/1/0)

18. Hjördis är rörmokare och driver ett eget företag. Hon har fler jobb än hon hinner med och behöver anställa en ny person. I sin budget för nästa år tänker hon avsätta 350 000 kronor som ska räcka till både lön och arbetsgivaravgift för den nya personen.

Arbetsgivaravgiftens storlek är beroende av den anställdas ålder och månadslön. Se tabell.

Ålder	Arbetsgivaravgift
26 år och yngre	15,49 % av lönen
27 – 65 år	31,42 % av lönen
66 år och äldre	10,21 % av lönen

Efter anställningsintervjuer har Hjördis bestämt sig för att anställa Anton eller Niklas.

Anton som är 24 år har begärt en månadslön på 25 000 kronor.
Niklas som är 28 år har begärt en månadslön på 24 000 kronor.

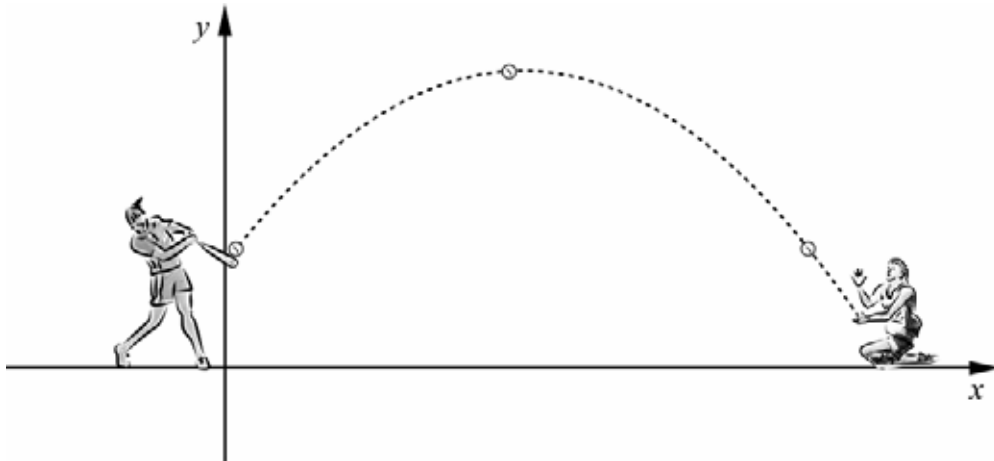


- a) Beräkna den totala kostnaden som Hjördis får betala för lön och arbetsgivaravgift för Anton respektive Niklas. Kan Hjördis anställa vem som helst av dem och ändå klara budgeten på 350 000 kronor för nästa år? (2/0/0)
- b) Hjördis företag omsätter 2 000 000 kronor per år. Med en nyanställd i företaget är hennes mål att omsättningen ska fördubblas på tre år. Med hur många procent måste då omsättningen i genomsnitt öka varje år? (0/2/0)

19. Bestäm konstanterna a och b så att ekvationssystemet $\begin{cases} y = ax + 1 \\ a = y - 3x \end{cases}$ får lösningen $x = 3$ och $y = 2b$ (0/2/0)

20. Adelina och Linda tränar brännboll. Adelina slår iväg bollen med ett slagträ och Linda tränar på att ta lyra, det vill säga fånga bollen innan den når marken.

Vid ett tillfälle kan bollens bana beskrivas med funktionen $y = -0,10x^2 + 2x + 1$ y är bollens höjd över marken i meter. x är avståndet i meter längs marken från utslagsplatsen.

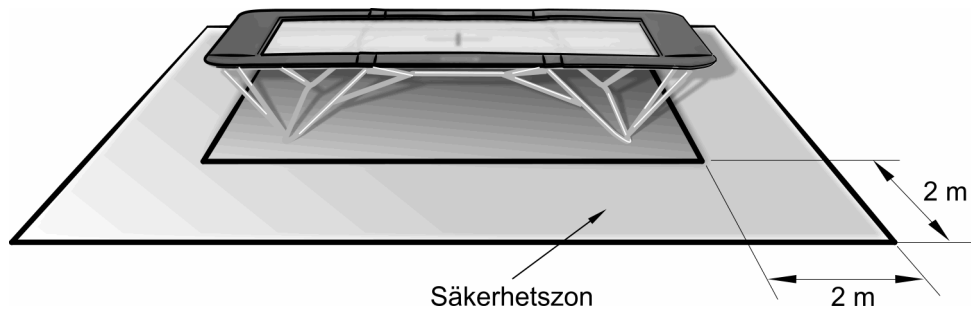


- Hur långt från utslagsplatsen befinner sig Linda om hon fångar bollen 0,80 meter över marken? (0/3/0)

21. För funktionen f gäller att $f(x) = x^2$
Bestäm alla värden på a så att $f(2a) = a$ (0/2/0)

22. För talen x och y gäller sambandet $x^2 + 2xy + y^2 = 9$
Visa algebraiskt att samtliga lösningar till sambandet kan beskrivas av två räta linjer. (0/1/1)

23. Företaget "Lexelius Hopp och Studs" säljer rektangulära studs mattor. Varje studs mattas långsida är dubbelt så lång som dess kortsida. Företaget rekommenderar att det finns en 2,0 meter bred säkerhetszon runt studs mattan och att säkerhetszonens area ska vara minst tre gånger så stor som studs mattans area.



Bestäm måtten på en studs matta som har en 2,0 meter bred säkerhetszon och där säkerhetszonens area är tre gånger så stor som studs mattans area.

(0/0/4)