

Innehåll

1	Beräkna uttryck	2
2	Primtal	3
3	Ekvation	4
4	Priset på jordgubbar	5
5	Uttryck	5
6	Tallinje	6
7	Vinkel	7
8	Tänk på tal	7
9	Sannolikheter	8
10	Dagens lunch	9
11	En pryls värde	11
12	Ekvationer	12
13	Drömhus	13
14	Temperatur	14
15	BMI	15
16	Vad är sant?	15
17	Vilken ränta	15
18	C-spår Resultant	15
19	C-spår Vektor	16
20	C-spår Vektor	16
21	C-spår Sinus	16
22	C-spår Beräkna vinkel	18

1 Beräkna uttryck

Bestäm värdet av $4x - 3$ om $x = -2$.

1 LÖSNING

Stoppa in -2 på platsen för x .

$$\begin{array}{l} x=-2 \\ \downarrow \\ 4x - 3 \\ 4 \cdot (-2) - 3 \\ -8 - 3 \\ -11 \end{array}$$

Svar Uttrycket blir -11

2 Primaltal

Skriv 120 som en produkt av primaltal.

2 LÖSNING

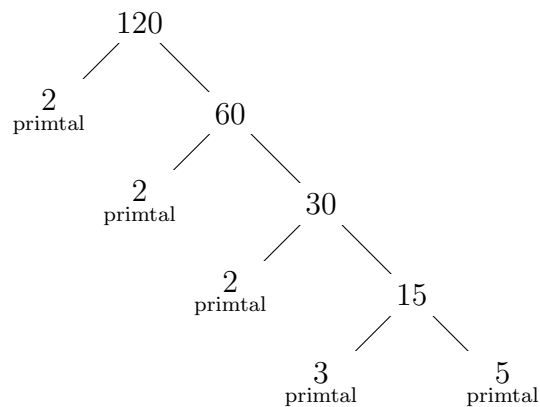
Primaltal är naturliga tal som är större än 1 och som endast är delbara med 1 och sig självt. Primaltal är

2 3 5 7 11 13 17 19 ...

Icke primaltal är

$\underbrace{4}_{2 \cdot 2}$ $\underbrace{6}_{2 \cdot 3}$ $\underbrace{8}_{2 \cdot 4}$ $\underbrace{9}_{3 \cdot 3}$ $\underbrace{10}_{2 \cdot 5}$ $\underbrace{12}_{2 \cdot 6}$ $\underbrace{14}_{2 \cdot 7}$ $\underbrace{15}_{3 \cdot 5}$ $\underbrace{16}_{2 \cdot 8}$ $\underbrace{18}_{2 \cdot 9}$...

Plocka ut en primfaktor i taget.



Svar $120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ alternativt kortare $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

3 Ekvation

Lös ekvationen $3(2 - 2x) = 1 - x$

3 LÖSNING

Började att förenkla vänsterled.

$$3(2 - 2x) = 1 - x$$

Multipluera in faktorn 3.

$$(6 - 6x) = 1 - x$$

Parentesen fyller ingen funktion. Tag bort parentesen.

$$6 - 6x = 1 - x$$

Samla sökta x på ena sidan och tal på andra sidan. Flytta x , byt tecken

$$6 = 1 - x + 6x$$

Flytta tal, byt tecken.

$$6 - 1 = -x + 6x$$

Förenkla

$$5 = 5x$$

Dela bägge sidor med 5.

$$1 = x$$

Svar $x = 1$

4 Priset på jordgubbar

Priset på jordgubbar är proportionellt mot vikten. Vilka värden har x och y ?

Vikt (kg)	2	3	y
Pris (kr)	70	x	140

4 LÖSNING

Enligt tabellen kostar 2 kg jordgubbar 70 kr.

Vikt (kg)	2	3	y
Pris (kr)	70	x	140

Då kostar 1 kg jordgubbar 35 kr och 3 kg kostar $3 \times 35 = 105$ kr.
För 140 kr får man $\frac{140}{35} = 4$ kg jordgubbar.

Svar $x = 105$ kr och $y = 4$ kg.

5 Uttryck

Bestäm ett uttryck för $a + b$ om $a = 2b$

5 LÖSNING

Stoppa in $2b$ på platsen för a .

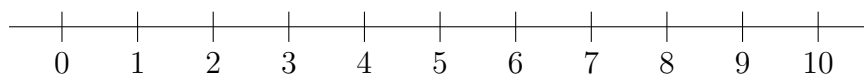
$$\begin{array}{c} 2b \\ \downarrow \\ a + b \\ 2b + b \\ 3b \end{array}$$

Svar Uttrycket blir $3b$

6 Tallinje

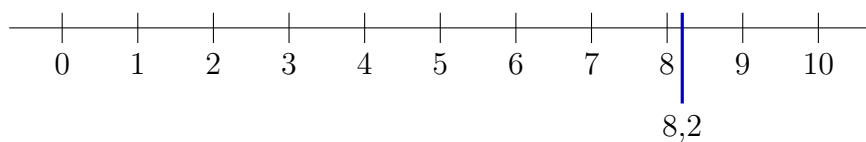
Markera följande på tallinjen:

- a. 8,2
- b. $\sqrt{17}$

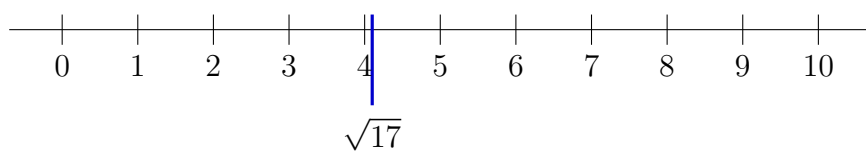


6 LÖSNING

Svar a.

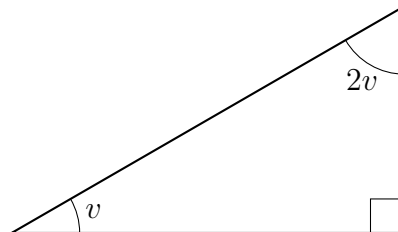


Svar b. $\sqrt{17}$ är större än $\sqrt{16} = 4$. Ett exakt svar kräver miniräknare. Markera något till höger om 4.



7 Vinkel

Beräkna vinkeln v .



7 LÖSNING

Vinkelsumman i en triangel är 180° .

$$180^\circ = v + 2v + 90^\circ$$

$$90^\circ = 3v$$

$$v = 30^\circ$$

Svar $v = 30^\circ$

8 Tänk på tal

Tänk på två tal. Beräkna sedan följande:

- Summan av talen
- Hälften av summan av talen
- Subtrahera svaret i b från svaret i a

8 LÖSNING

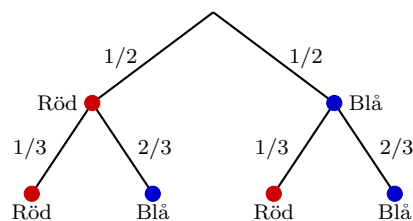
Talen kan vara vilka som helst. Välj något enkelt. Låt talen vara 1 och 2.

- Summan blir $1 + 2 = 3$
- Hälften av summan är $\frac{3}{2} = 1,5$.
- Subtrahera (minus) 1,5 från 3. Skillnaden blir $3 - 1,5 = 1,5$.

9 Sannolikheter

I en urna finns det ett visst antal röda kulor samt 2 blå. Beräkna med hjälp av trädidiagrammet nedan:

- Antal röda kulor
- Sannolikheten att plocka två röda kulor
- Sannolikheten att plocka en röd och en blå utan inbördes ordning

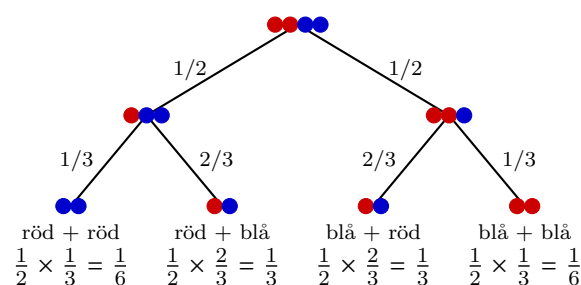


9 LÖSNING

a. Problemets trädidiagram visar sannolikheten att dra en röd eller blå kula från en urna. Enligt trädidiagrammet är det lika stor sannolikhet att första kulan är röd som blå. Det finns två blå kulor enligt uppgiftens text. Då är det också två röda kulor i urnan.

Svar a. Två röda kulor.

b. Trädidiagrammet visar antalet kulor i urnan vid start och efter ett respektive två drag utan återläggning.



Sannolikheten att få en röd kula vid första draget är $\frac{1}{2}$. Nu återstår en röd och två blå kulor. Sannolikheten att få en röd kula är $\frac{1}{3}$. Sannolikheten att få två röda blir produkten $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

Svar b. Sannolikheten att få två röda kulor är $\frac{1}{6}$.

c. Sannolikheten att få en röd följd av en blå är enligt träd diagrammet ovan $\frac{1}{3}$. Sannolikheten att få den omvända ordningen, blå först följt av en röd är enligt träd diagrammet ovan $\frac{1}{3}$. Sannolikheten att få en röd och en blå utan hänsyn till ordningen blir $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Svar c. Sannolikheten att få en röd och en blå utan hänsyn till ordningen är $\frac{2}{3}$.

10 Dagens lunch

Priset på dagens lunch på en viss restaurang har ändrats enligt tabellen nedan. Sätt år 1995 som basår och fyll i samtliga tomma platser.

År	Pris (kr)	Förändrings- faktor	Index
1995	50	_____	_____
1998	55	_____	_____
2000	_____	1,2	_____
2002	_____	_____	150

10 LÖSNING

Vi fyller i tabellen steg för steg.

År 1995, basår Index för basåret är alltid 100. Då blir också förändringsfaktorn alltid 1,0. Första raden i tabellen blir.

	År	Pris (kr)	Förändrings- faktor	Index
⇒	1995	50	1,0	100
	1998	55	_____	_____
	2000	_____	1,2	_____
	2002	_____	_____	150

År 1998 I uppgiften förekommer ordet *förändringsfaktor*.

$$\text{Förändringsfaktor} = \frac{\text{slut}}{\text{start}}$$

I vårt fall är startvärdet 50 kronor och slutvärdet år 1998 är 55 kronor.

$$\text{Förändringsfaktor} = \frac{55}{50} = 1,1$$

Index år 1998 är 100 gånger förändringsfaktorn, alltså 110. Vi har ytterligare en rad i tabellen.

	År	Pris (kr)	Förändrings- faktor	Index
	1995	50	1,0	100
⇒	1998	55	1,1	110
	2000	_____	1,2	_____
	2002	_____	_____	150

År 2000 Med startvärdet 50 kr och förändringsfaktorn 1,2 blir priset $50 \times 1,2 = 60$ kronor. Index är förändringsfaktor $\times 100$ alltså $1,2 \times 100 = 120$

	År	Pris (kr)	Förändrings- faktor	Index
	1995	50	1,0	100
	1998	55	1,1	110
⇒	2000	60	1,2	120
	2002	_____	_____	150

År 2002 Med index 150 är förändringsfaktor 1,5. Med startvärde 50 kr och förändringsfaktorn 1,5 blir priset $50 \times 1,5 = 75$ kronor.

	År	Pris (kr)	Förändrings- faktor	Index
	1995	50	1,0	100
	1998	55	1,1	110
	2000	60	1,2	120
⇒	2002	75	1,5	150

11 En pryls värde

En viss pryls värde ändras efter modellen $V(t) = 4500 \cdot 0,82^t$ där V är värdet i kr och t är tid i år efter inköpet.

- Vad är inköpsvärdet för denna pryl?
- Med hur många procent ändras prylens värde per år?
- Beräkna $V(2)$.

11 LÖSNING

- Variabeln t är tid i år efter inköpet. Vid tiden för inköp är $t = 0$ och värdet på prylen blir

$$V(0) = 4500 \cdot 0,82^0$$

POTENSER

För reella tal x och y och positiva tal a och b gäller

$$a^x a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$$

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$a^x b^x = (ab)^x$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$\underline{a^0 = 1}$$

$$V(0) = 4500 \cdot \overbrace{0,82^0}^1 = 4500$$

Svar a. Inköpsvärdet är 4 500 kronor.

- Förändringsfaktorn är 0,82. Ändring är **slut-start**. I detta fall $0,82 - 1 = -0,18$ vilket är -18% . Detta betyder att prylen minskar i värde med 18% per år.

Svar b. Prylen minskar i värde med 18% per år.

$$\text{c. } V(2) = 4500 \cdot 0,82^2 = 3025,8 = 3026$$

Svar c. Prylen är värd 3026 kronor efter 2 år.

12 Ekvationer

Lös ekvationerna:

- $x^4 = 625$
- $3^2 \cdot 3^x = 3^{12}$
- $3^{2x} = 3^{12}$

12 LÖSNING

- I formelbladet finns räkneregler för potenser.

POTENSER	För reella tal x och y och positiva tal a och b gäller			
	$a^x a^y = a^{x+y}$	$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$	$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$	$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$
	$(a^x)^y = a^{xy}$	$a^x b^x = (ab)^x$	$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$	$a^0 = 1$

Höj upp båda sidor i ekvationen med $\frac{1}{4}$.

$$(x^4)^{\frac{1}{4}} = 625^{\frac{1}{4}}$$

$$x^{4 \cdot \frac{1}{4}} = 625^{\frac{1}{4}}$$

$$x^1 = 625^{\frac{1}{4}} = 5$$

Svar a. $x = 5$

- Använd räknereglerna för potenser.

POTENSER	För reella tal x och y och positiva tal a och b gäller			
	$a^x a^y = a^{x+y}$	$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$	$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$	$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$
	$(a^x)^y = a^{xy}$	$a^x b^x = (ab)^x$	$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$	$a^0 = 1$

$$3^2 \cdot 3^x = 3^{12}$$

$$3^{2+x} = 3^{12}$$

Basen i både vänster och höger är lika. Då är exponenterna lika.

$$2 + x = 12$$

$$x = 10$$

Svar b. $x = 10$

c. Ekvationen är $3^{2x} = 3^{12}$. Basen i både vänster och höger led är lika. Då är exponenterna lika. Alltså gäller att $2x = 12$.

Svar c. $x = 6$

13 Drömhushus

En familj köper en tomt för att sedan bygga sitt drömhushus. Tomten har arean 336 m^2 och kostar 299 040 kr. Hur mycket kostar tomten per kvadratmeter?

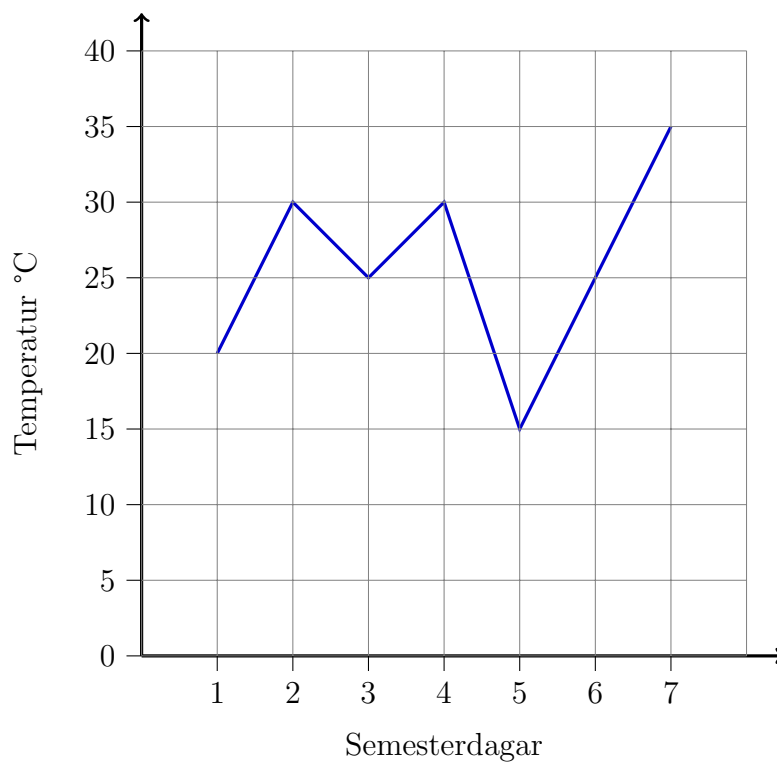


13 LÖSNING

$$\text{pris per kvadratmeter} = \frac{\text{pris}}{\text{kvadratmeter}} = \frac{299\,040 \text{ kr}}{336 \text{ m}^2} = 890 \text{ kr/m}^2$$

Svar 890 kr/m^2

14 Temperatur



14 LÖSNING

Beräkna summan av alla temperaturer, (180).
Dividera med antalet dagar (7).

Svar Medeltemperaturen är $\frac{180}{7} = 25,7^{\circ}\text{C}$.

dag	°C
1	20
2	30
3	25
4	30
5	15
6	25
7	35
	180

15 BMI

Om du är 16 år gammal eller äldre, kan du beräkna ditt Body Mass Index (BMI) genom att ta vikten i kilo, och dividera med längden i meter i kvadrat. Vad är Lisas BMI? Hon är 65 kg och är 1,68 m.

15 LÖSNING

$$\text{BMI} = \frac{\text{vikt i kilo}}{(\text{längden i meter})^2} = \frac{65 \text{ kg}}{(1,68 \text{ m})^2} = 23,0300453514739229$$

Svar 23,0

Kommentar BMI brukar anges med en decimal och utan sort. BMI mellan 18,5 – 24,9 är normalvikt.

16 Vad är sant?

Vilket av följande påståenden är sant för ekvationen $x(a + b(c - d)) = 1$.

- a. $x > 1$
- b. $x < 1$
- c. $x \neq 0$

16 LÖSNING

UNDER ARBETE

17 Vilken ränta

- a. Vilken procentuell ränta betalas på lånet?
- b. Samma räntesats fortsätter gälla resten av året. Vad är då skulden efter två månader?

Lånebelopp	Skuld efter en månad
3 000	3 180

17 LÖSNING

UNDER ARBETE

18 C-spår Resultant

Bestäm resultanten till de vektorerna $(3, 1)$ och $(2, 3)$.

18 LÖSNING

Resultant till två eller flera vektorer är summan av vektorerna. Summan beräknas komponents.

$$(3, 1) + (2, 3) = (3 + 2, 1 + 3) = (5, 4)$$

Svar Summan är $(5, 4)$

19 C-spår Vektor

Vektorn $\mathbf{u} = (2, 1)$. Beräkna $7 \cdot \mathbf{u}$.

19 LÖSNING

Vid multiplikation av en skalär (vanligt tal) och en vektor (par av ordnade tal) multipliceras varje komponent av vektorn med skalären.

$$7 \cdot (2, 1) = (7 \cdot 2, 7 \cdot 1) = (14, 7)$$

Svar $14, 7$

20 C-spår Vektor

Om vektorn $\mathbf{u} = (5, 8)$, vad är då $-\mathbf{u}$.

20 LÖSNING

$$\begin{aligned}\mathbf{u} &= (5, 8) \\ -\mathbf{u} &= -(5, 8) = (-5, -8)\end{aligned}$$

Svar $-\mathbf{u} = (-5, -8)$

21 C-spår Sinus

Ange ett värde på vinkeln ν om $\sin \nu = 0,866$. Avrunda med en decimal.

21 LÖSNING

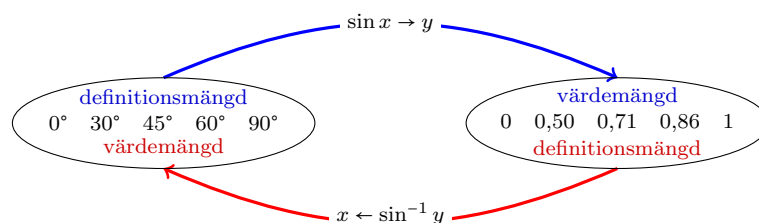
Använd miniräknaren.

$$\sin \nu = 0,866$$

$$\nu = \sin^{-1} 0,866 = 59,997089$$

Svar Vinkeln $\nu = 60,0^\circ$.

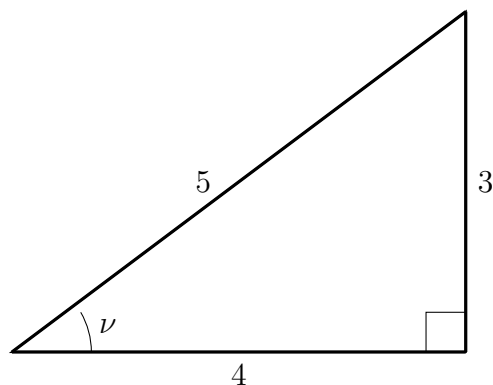
Kommentar Sinusfunktionen avbildar vinklar mellan 0° och 90° på tal mellan 0 och 1. Vi skriver $\sin x = y$. Den omvända funktionen kallas sinusinvers och betecknas $y = \sin^{-1} x$. Sinusinvers används för att beräkna vinkeln när sinusvärdet är känt.



Ett alternativt namn för sinusinvers är *arcus sinus* som betecknas $\arcsin y$.

22 C-spår Beräkna vinkel

Beräkna vinkeln ν på två olika sätt.



22 LÖSNING

I FORMELSAMLINGEN finns följande.

TRIGONOMETRI	Rätvinklig triangel			
<i>Definitioner</i>	$\sin \nu = \frac{a}{c}$	$\cos \nu = \frac{b}{c}$	$\tan \nu = \frac{a}{b}$	

Det finns tre olika sätt att beräkna vinkeln ν .

$$\begin{array}{ll} \sin \nu = \frac{3}{5} & \nu = \sin^{-1} \frac{3}{5} = 36,869898 \\ \cos \nu = \frac{4}{5} & \nu = \cos^{-1} \frac{4}{5} = 36,869898 \\ \tan \nu = \frac{3}{4} & \nu = \tan^{-1} \frac{3}{4} = 36,869898 \end{array}$$

Svar Vinkeln $\nu = 37^\circ$. Beräkning se ovan.