SVAR, LEDTRÅDAR OCH LÖSNINGAR

Svaren står med svart text. Ledtrådar och lösningar med blå text.

3.6 Rotationsvolymer

3602 a) $\Delta V = \pi x \Delta x$

b) $V = \int_0^4 \pi x \, dx$

c) 8π v.e.

3603 a) $\frac{242\pi}{5}$ v.e. ≈ 152 v.e.

Ledtråd:

$V = \int_1^3 \pi x^4 \, dx$

b) $\frac{\pi}{2}(e^2 - 1)$ v.e. $\approx 10{,}0$ v.e.

Ledtråd:

$V = \int_0^1 \pi e^{2x} \, dx$

3604 a) $\Delta V = \pi y \Delta y$

b) $V = \int_0^4 \pi y \, dy$

c) 8π v.e.

3605 a) $12{,}5\pi$ v.e. $\approx 39{,}3$ v.e.

Ledtråd:

$V = \int_0^5 \pi(5 - y) \, dy$

b) $\frac{32\pi}{5}$ v.e. $\approx 20{,}1$ v.e.

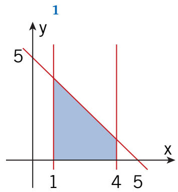
Ledtråd:

$V = \int_0^2 \pi x^2 \, dy = \int_0^2 \pi y^4 \, dy$

3606 a) 21π v.e. $\approx 66{,}0$ v.e.

Ledtråd:

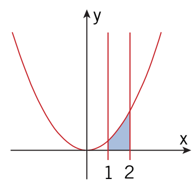
$V = \int_1^4 \pi(5 - x)^2 \, dx$



b) $6{,}2\pi$ v.e. $\approx 19{,}5$ v.e.

Ledtråd:

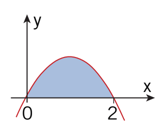
$V = \int_1^2 \pi(x^2)^2 \, dx$



c) $\frac{16\pi}{15}$ v.e. $\approx 3{,}4$ v.e.

Ledtråd:

Kurvan till $y = 2x - x^2$ skär x-axeln då $x = 0$ och $x = 2$ vilket utgör integrationsgränserna.



3607 Område **II** är störst.

Lösning:

$V = \int_0^2 \pi(0{,}5x^2)^2 \, dx = 1{,}6\pi \approx 5{,}03$

$V = \int_0^2 \pi \frac{y}{0{,}5} \, dy = 4\pi \approx 12{,}57$

3608 $\pi/2$ v.e. $\approx 1{,}57$ v.e.

Ledtråd:

Rita en skiss.

$V = \int_{-1}^0 \pi(y + 1) \, dy$

3609 a) $y = \sqrt{r^2 - (x - r)^2} = \sqrt{2xr - x^2}$

$\Delta V \approx \pi y^2 \Delta x = \pi(2xr - x^2)\Delta x$

b) $V = \int_0^{2r} (2xr - x^2) \, dx$

c) $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

d) $610\,000$ m^3 $\quad (605\,280{,}1\ldots)$

Ledtråd:

$V = \int_0^{85} \pi(110x - x^2) \, dx$

3610 $t = 4$

Lösning:

$V(t) = \int_2^t \pi(9 - y) \, dy =$

$= \pi(9t - \frac{t^2}{2} - 16)$

$V(t) = 12\pi$ ger ekvationen

$t^2 - 18t + 56 = 0 \quad 2 < t < 9$

$t = 4 \ (t = 14)$

3611 π v.e. $\approx 3{,}14$ v.e.

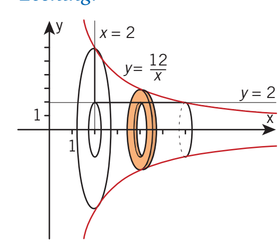
Ledtråd:

$y = x^{-2} \Leftrightarrow y = \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{y}$

3612 $1\,296\pi/5$ v.e. $= 259{,}2\pi$ v.e.

3613 32π v.e. ≈ 101 v.e.

Lösning:



En godtycklig skiva har volymen

$\Delta V = (\pi y^2 - \pi 2^2)\Delta x$

$V = \int_2^6 \pi\left(\frac{144}{x^2} - 4\right) dx =$

$= \pi\left[-\frac{144}{x} - 4x\right]_2^6 = 32\pi$

3614 9π v.e. $\approx 28{,}3$ v.e.

Ledtråd:

Integrationsgränserna är 0 och 3 i y-led.

3615 $729\pi/35$ v.e. $\approx 65{,}4$ v.e.

3616 $\pi(e^2 + 1)/2$ v.e. $\approx 13{,}2$ v.e.
Ledtråd:
Den sökta volymen kan beräknas som skillnaden i volym mellan en cylinder och en rotationsvolym som bildas när kurvan roterar runt y-axeln.

3617 $t \approx 1{,}10$

3618 $\left(\frac{3\pi^2}{4} + \frac{\pi}{2}\right)$ v.e. $\approx 8{,}97$ v.e.

3619 $a = 15/32$
Lösning:

$$V_x = \int_{-a}^{a} \pi(a^2 - x^2)^2\,dx = \frac{16\pi a^5}{4}$$

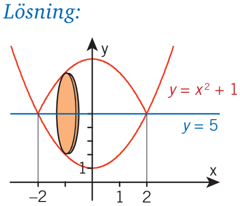
$$V_y = \int_{0}^{a^2} \pi(a^2 - y)\,dy = \frac{\pi a^4}{2}$$

$V_x = V_y$ ger $a = 15/32$

3620 $a = 1/3$

3621 a) $\pi \int_{-2}^{2} (4 - x^2)^2\,dx$

Lösning:



En godtycklig skiva har basradien
$r = 5 - (x^2 + 1) = 4 - x^2$
$\Delta V = \pi r^2 \Delta x = \pi(4 - x^2)^2 \Delta x$

$$V = \int_{-2}^{2} \pi(4 - x^2)^2\,dx$$

b) $\pi \int_{0}^{4} \left(\frac{y^2}{8} - 2\right)^2 dy$